

**Vysoká škola báňská-technická univerzita Ostrava
Hornicko – geologická fakulta
Institut geodézie a důlního měřictví**

MĚŘENÍ VÝŠEK

učební texty

Ing. Dana Sládková

Ostrava 2002

OBSAH

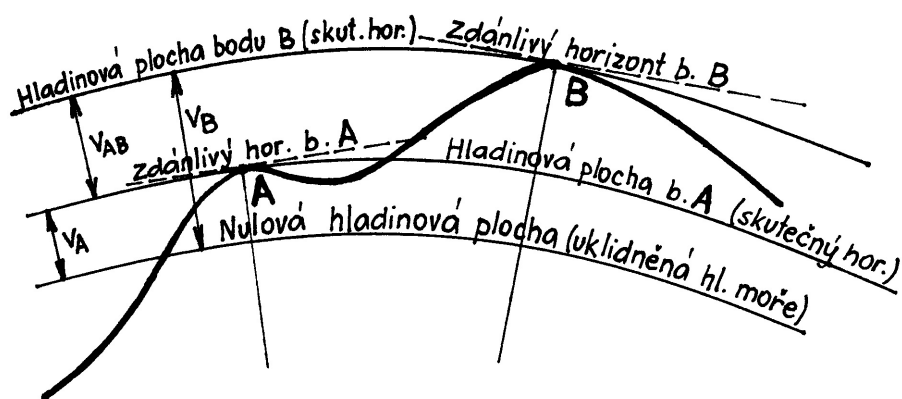
1. ZÁKLADNÍ POJMY	3
1.1. VÝŠKOVÉ SYSTÉMY POUŽÍVANÉ NA ÚZEMÍ ČR	3
2. STABILIZACE VÝŠKOVÝCH BODŮ	4
3. NIVELAČNÍ POMŮCKY	5
3.1. NIVELAČNÍ LATĚ	5
3.2. LIBELY NIVELAČNÍCH LATÍ.....	6
3.3. LAŤOVÉ PODLOŽKY	7
4. NIVELAČNÍ PŘÍSTROJE	7
4.1. NIVELAČNÍ PŘÍSTROJE LIBELOVÉ	7
4.2. NIVELAČNÍ PŘÍSTROJE KOMPENZÁTOROVÉ	9
4.3. NIVELAČNÍ PŘÍSTROJE LASEROVÉ	9
4.4. PODMÍNKY SPRÁVNOSTI NIVELAČNÍCH PŘÍSTROJŮ	10
5. ZPŮSOBY URČOVÁNÍ VÝŠKOVÝCH ROZDÍLŮ	11
5.1. GEOMETRICKÁ NIVELACE.....	11
5.1.1. <i>Geometrická nivelace vpřed</i>	11
5.1.2. <i>Geometrická nivelace ze středu</i>	12
5.1.3. <i>Chyby nivelace</i>	13
5.1.4. <i>Hrubé chyby</i>	13
5.1.5. <i>Systematické chyby nivelace</i>	13
5.1.6. <i>Nahodilé chyby nivelace – přesnost nivelace – dovolené odchylky</i>	15
5.2. HYDROSTATICKÁ NIVELACE.....	16
5.2.1. <i>Trubicový výškoměr</i>	16
5.2.2. <i>Hadicová vodováha</i>	16
5.3. BAROMETRICKÉ MĚŘENÍ VÝŠEK.....	18
5.4. TRIGONOMETRICKÉ MĚŘENÍ VÝŠEK	18

1. Základní pojmy

Výškový rozdíl : $v_{AB} = v_B - v_A$,

v_A je absolutní výška bodu A.

Absolutní výška bodu B : $v_B = v_A + v_{AB}$

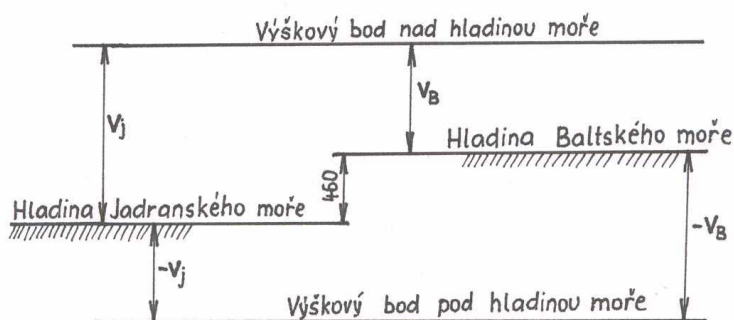


Obr. 1.1 Základní pojmy výškového měření

1.1. Výškové systémy používané na území ČR

Baltský systém po vyrovnání Bpv

$$v_B = v_j - 460mm \quad , \quad \text{viz obr. 1.2.}$$



Obr. 1.2 Srovnání výškového systému jadranského a baltského

Základní bodové pole :

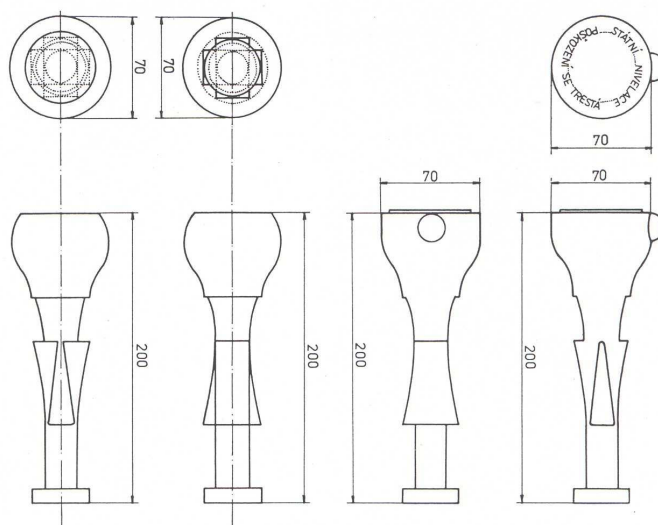
- Nivelační síť I.řádu (22 základních nivelačních bodů)
- Nivelační síť II.řádu
- Nivelační síť II.řádu

Podrobné bodové pole tvoří :

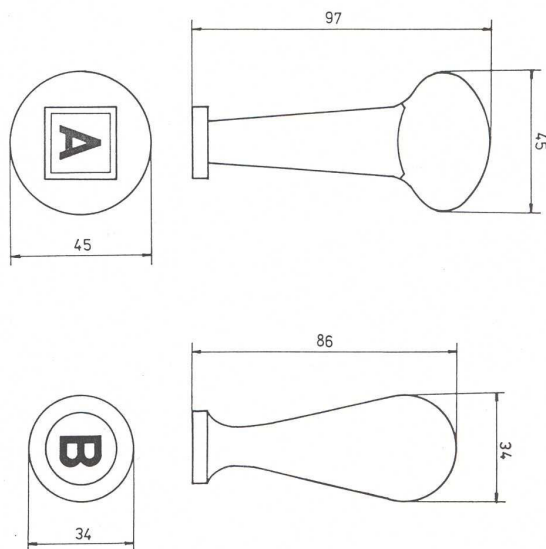
- Nivelační síť IV.řádu
- Plošné nivelační sítě
- Stabilizované body technické nivelace

2. Stabilizace výškových bodů

Pro stabilizaci výškových bodů platí předpis *Návod pro práce v ČSJNS*. Na obr. 2.1 jsou znázorněny nejpoužívanější značky výškových bodů.



a)



b)

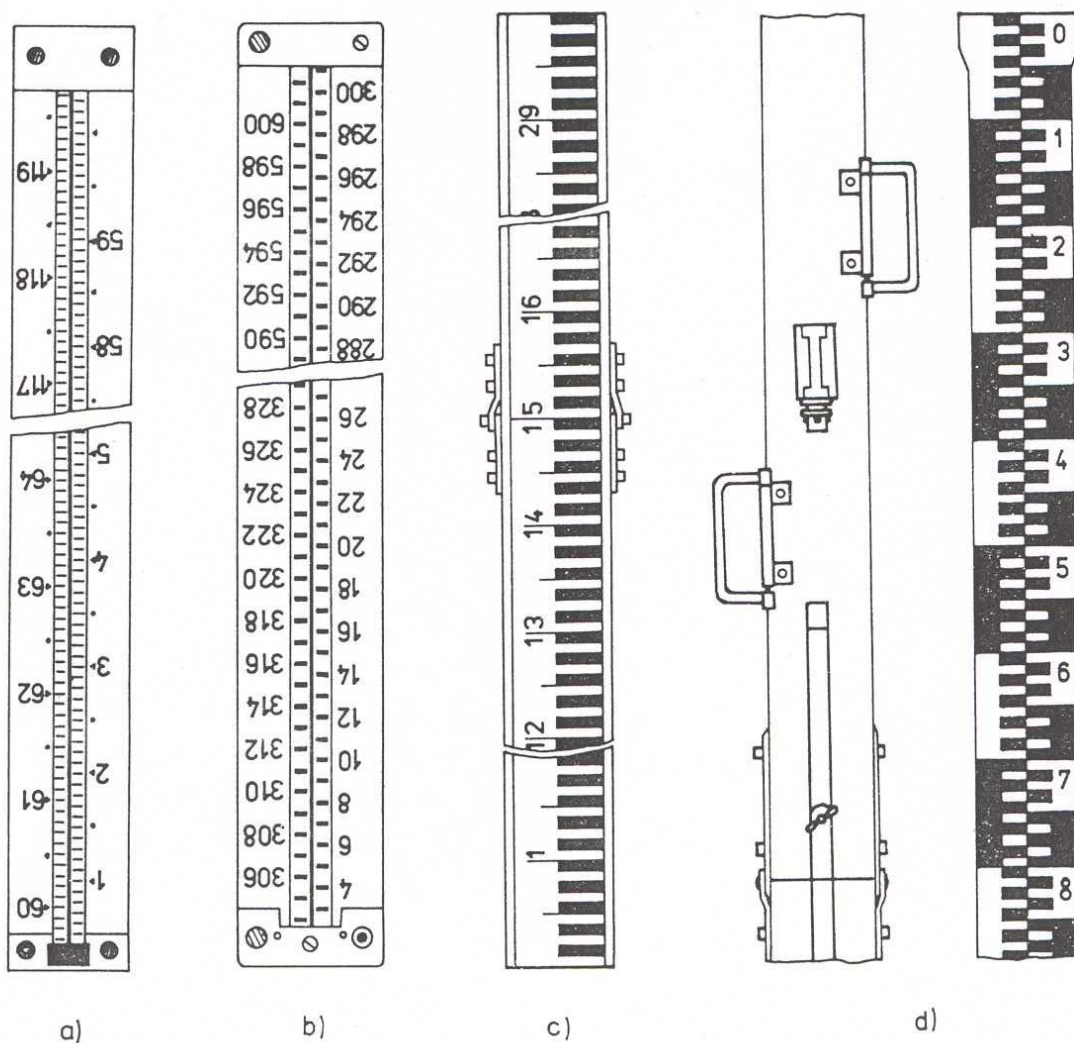
Obr. 2.1 Stabilizační značky výškových bodů
a)čepové b) hřebové

3. Nivelační pomůcky

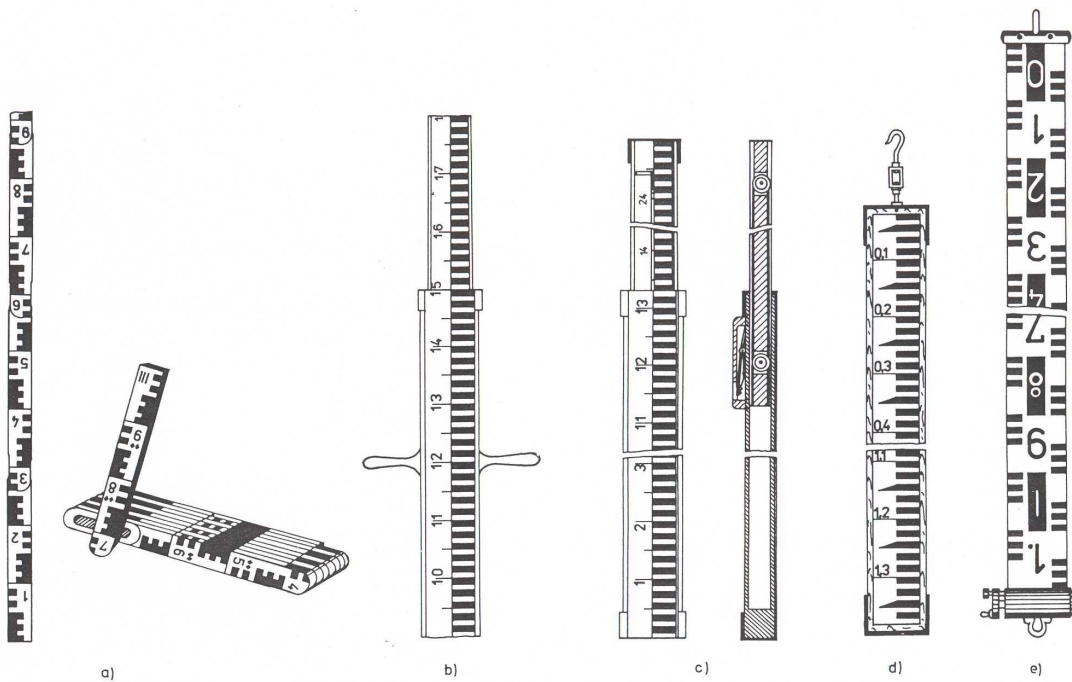
Mezi základní nivelační pomůcky patří nivelační latě, libely pro ustavení latí do svislé polohy, laťové podložky (žabky) a držáky latí se vzpěrami.

3.1. Nivelační latě

Dělíme je na latě pro přesnou nivelaci s pětimilimetrovým dělením (viz.obr. 3.1a), pro přesnou nivelaci s desetimilimetrovým dělením (viz.obr. 3.1 b) , pro technickou nivelaci (viz.obr. 3.1 c) a skládací nivelační lať (viz.obr. 3.1 d). Pro nivelaci v dole se používají latě 1,5 m až 2 m dlouhé (viz.obr. 3.2 a – skládací, b – zasouvací, c – zasouvací Fialova, d – závěsná, e – závěsný pás).



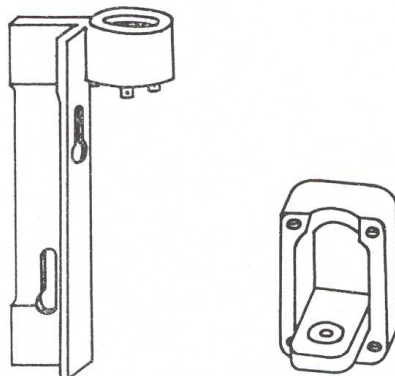
Obr. 3.1 Nivelační latě



Obr. 3.2 Nivelační latě prodlužovací

3.2. Libely nivelačních latí

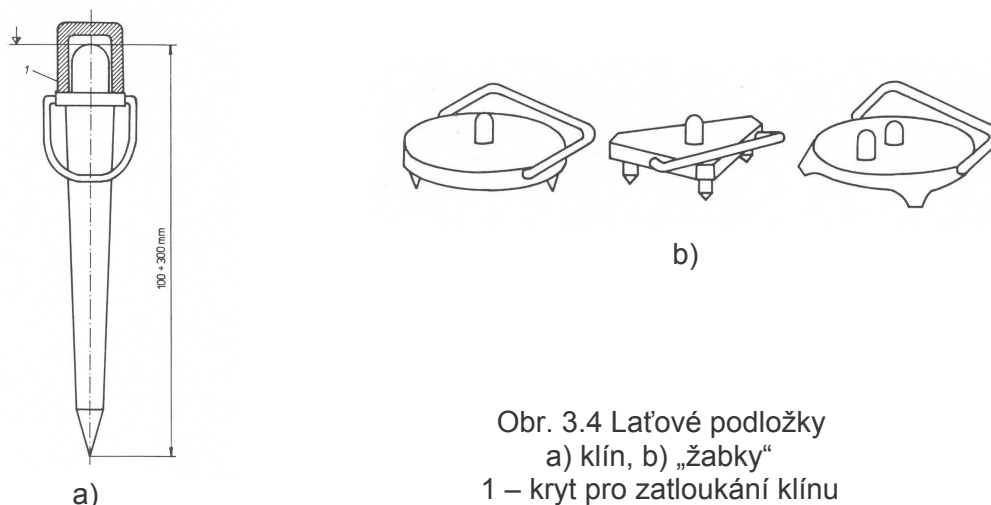
K tomuto účelu slouží krabicové libely buď pevné nebo snímatelné (viz.obr. 3.3).



Obr. 3.3 Krabicové libely pro nivelační latě

3.3. Laťové podložky

U velmi přesné nivelace se používají ocelové klíny (viz obr. 3.4a) a při přesné a technické nivelaci se staví latě na žabky (viz obr. 3.4b).



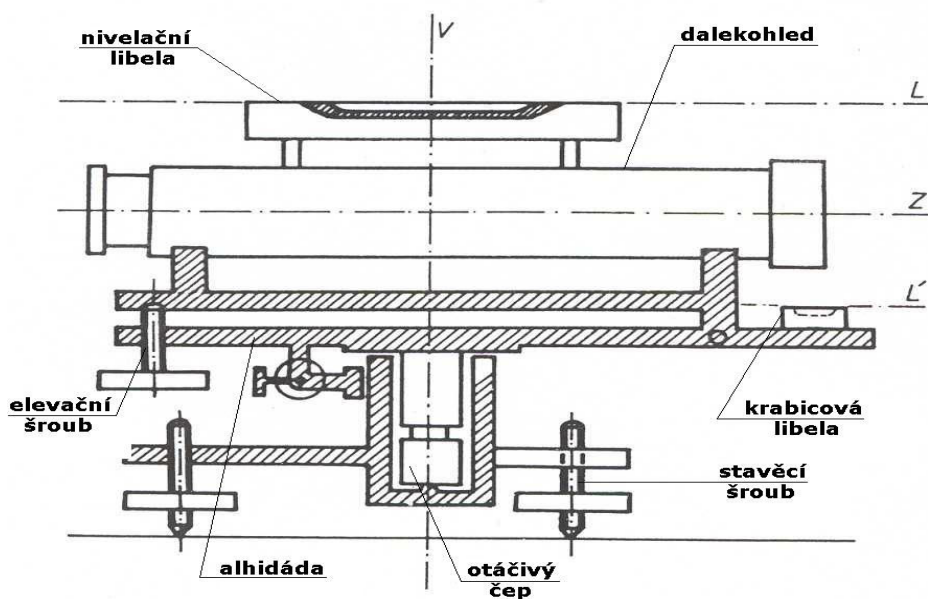
Obr. 3.4 Laťové podložky
a) klín, b) „žabky“
1 – kryt pro zatlukání klínu

4. Niveláčnické přístroje

Podle způsobu urovnání záměrné přímky (osy) rozdělujeme niveláčnické přístroje na libelové a kompenzátorové.

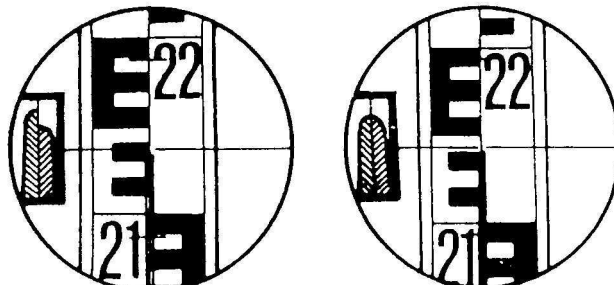
4.1 Niveláčnické přístroje libelové

Hlavní části libelového niveláčnického přístroje se nachází na obr. 4.1.



Obr. 4.1 Niveláčnický přístroj libelový

Obraz libely v zorném poli dalekohledu je na obr. 4.2. Vlevo je znázorněna libela neurovnaná, vpravo libela urovnaná.



Obr. 4.2 Obraz libely v zorném poli dalekohledu

Citlivost trubicové nivelační libely se pohybuje u přístrojů

Pro velmi přesnou nivelaci od 3" do 10"

Přesnou nivelaci od 10" do 20"

Technickou nivelaci od 20" do 40"

Přesné urovnání nivelační libely se provádí před každým odečtením na lati pomocí elevačního šroubu.

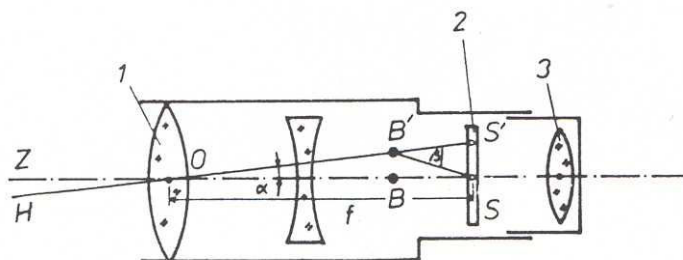
Druhy nivelačních přístrojů libelových

Nivelační přístroje se dělí podle přesnosti. Tuto přesnost charakterizujeme podle střední kilometrové chyby převýšení dvojité nivelace, která souvisí s citlivostí nivelační libely a se zvětšením dalekohledu. V Důlně měřickém předpisu jsou uváděny tyto nivelační přístroje :

Hrubé (stavební)	$m_o \geq \pm 5 \text{ mm}$	(např. Zeiss Jena Ni 060)
Technické	$m_o = \pm (2,5 \text{ až } 5) \text{ mm}$	(např. Zeiss 021 A)
Přesné	$m_o = \pm (1 \text{ až } 2,5) \text{ mm}$	(např. Zeiss Ni 030)
Velmi přesné	$m_o = \pm 1 \text{ mm}$	(např. Zeiss Ni 004)

4.2 Nivelační přístroje kompenzátorové

Výhodou těchto přístrojů oproti libelovým je až 50% úspora času. Nevýhodou je nejistota ve funkční spolehlivosti kompenzátoru a tlumicího zařízení. Princip působení kompenzátoru je na obr. 4.3.



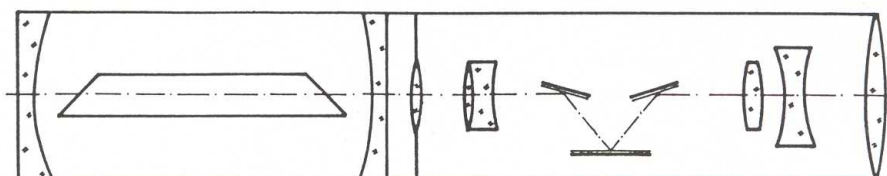
Obr. 4.3 Princip působení kompenzátoru
1 - objektiv, 2 - nitkový kříž, 3 - okulár

Druhy kompenzátorových nivelačních přístrojů

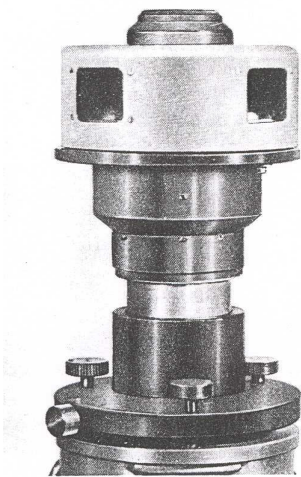
První kompenzátorový nivelační přístroj vyrobila fa C.Zeiss s typovým označením Ni 2. K nejpoužívanějším kompenzátorovým nivelačním přístrojům pro přesnou nivelaci patří KONI 007 se střední kilometrovou chybou při dvojitě nivelaci je ± 2 mm a s mikrometrem a invarovými latěmi $\pm 0,4$ až $0,5$ mm. K dalším typům u nás nejčastěji používaných kompenzátorových nivelačních přístrojů patří. Ni 020, Ni 025, Ni 002 Zeiss a další.

4.3 Nivelační přístroje laserové

Nivelační přístroje laserové mají místo dalekohledu laserovou trubici, která vysílá záření, jehož vlnění je fázově i amplitudově usměrněné, jež se průchodem přes optický systém usměrňuje do úzkého svazku laserových paprsků pomocí kompenzátoru (viz. obr. 4.4).



Obr. 4.4 Schéma laserové nivelační trubice

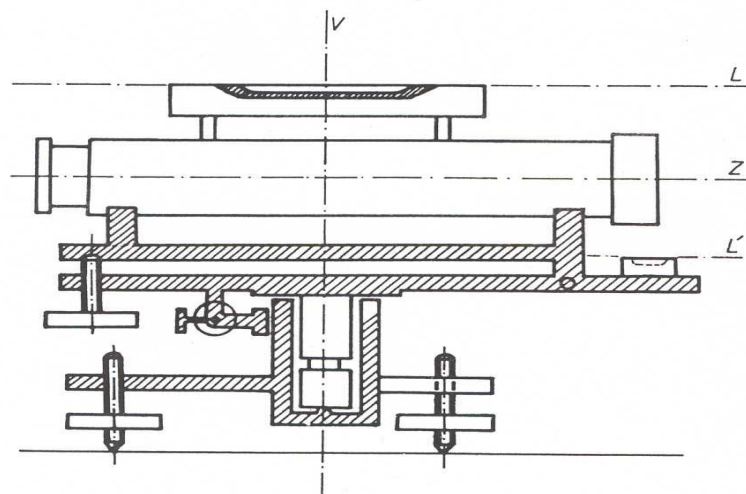


K laserovým přístrojům patří např. Rotolit laser popř. laserový přístroj AGA Geoplan. Přístroj má automatickou horizontaci a má dosah do 250 m. Přesnost při záměře 60 m je ± 2 mm a při 250 m ± 15 mm.

OBR. 4.5 AGA - GEOPLAN

4.4 Podmínky správnosti nivelačních přístrojů

U nivelačních přístrojů musí být splněny podmínky, které vyplývají ze vzájemné polohy osy nivelační libely L , záměrné přímký Z , svislé osy V a osy pomocné libely L' (viz obr. 4.6).



Obr. 4.6 Osy nivelačního přístroje

K podmínkám správnosti patří :

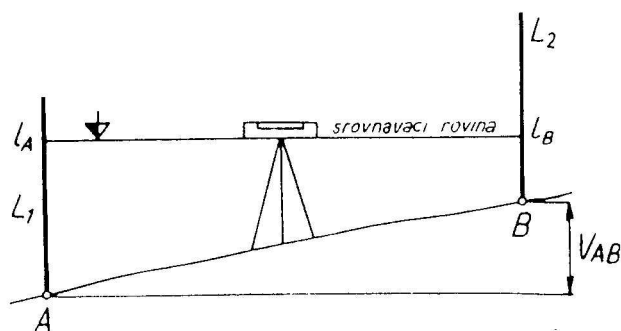
- $L \perp V$
- $Z = L$
- $H \perp V$

Při nesplnění těchto podmínek je nutná rektifikace.

5. Způsoby určování výškových rozdílů

Výškové rozdíly se zjišťují několika způsoby, které rozlišujeme buď přímé a nebo nepřímé. Mezi přímé metody patří nivelace geometrická a hydrostatická a mezi nepřímé metody patří trigonometrické měření výšek a barometrické měření výšek.

5.1. Geometrická nivelace



Obr. 5.1 Princip určování výškového rozdílu nivelací

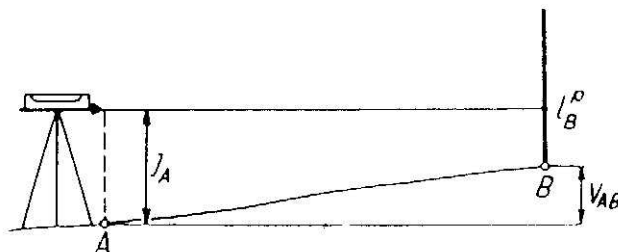
Vztah pro výpočet výšky bodu B :

$$v_B = v_A + l_A - l_B = v_A + \Delta v_{AB}$$

Při geometrické nivelaci můžeme volit metodu vpřed nebo ze středu.

5.1.1. Geometrická nivelace vpřed.

Na obr. 5.2 je znázorněn postup měření.



Obr. 5.2 Geometrická nivelace vpřed

Převýšení mezi body A a B má tvar :

$$v_{AB} = J_A - l_B^p ,$$

$$v_B = v_A + v_{AB} = v_A + J_A - l_B^p .$$

Je-li vzdálenost bodů AB velká, rozdělí se na kratší úseky pomocí mezibodů $1 \dots n$:

$$v_{AB} = [J]_A^n - [l^p]_1^B .$$

5.1.2. Geometrická nivelace ze středu.

(Viz. obr. 5.1). Výška bodu B se vypočte ze známé výšky bodu A :

$$v_B = v_A + v_{AB} = v_A + l_A^z - l_B^p$$

Je-li vzdálenost AB značná, rozdělí se úsek na menší pomocí mezibodů $1 \dots n$

$$v_{AB} = v_{A1} + v_{1,2} \dots + v_{n-1,n} + v_{nB}$$

rozepsáním dostaneme

$$v_{AB} = (l_A^z - l_1^p) + (l_1^z - l_2^p) + \dots + (l_n^z - l_B^p)$$

sečtením hodnot platí :

$$v_{AB} = [l^z]_A^n - [l^p]_1^B$$

výška určovaného bodu :

$$v_B = v_A + \Delta v_{AB} .$$

Porovnáním obou metod geometrické nivelace lze říci, že geometrická nivelace ze středu je podstatně výhodnější a přesnější.

5.1.3. Chyby nivelace

Na výsledky nivelace mají vliv chyby, které se měřič snaží eliminovat už měřickým postupem. Patří mezi ně chyby hrubé, systematické a náhodné.

5.1.4. Hrubé chyby

Hrubé chyby (omyly) se zjišťují z výsledků alespoň dvou nezávislých měření nebo z podmínky, které má vyhovovat výsledek zaměřeného výškového rozdílu např. v uzavřeném nivelačním pořadu $[V] = [I^z] - [I^p] = 0$ nebo dvojím nezávislým měřením tam a zpět.

5.1.5. Systematické chyby nivelace

K systematickým chybám nivelace patří :

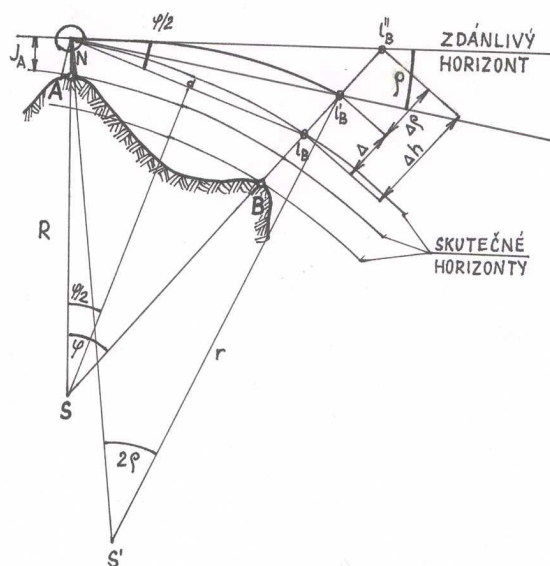
- Chyba ze sklonu záměrné přímky :

$$\Delta = \pm \frac{d}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{d}{2} \cdot \frac{\varphi''}{\rho''}$$

Bude-li $d = 100\text{m}$ a odklon $\varphi = 2''$, bude $\Delta = \pm 0,5\text{mm}$.

Chyba závisí na délce záměry a vyloučí se důslednou nivelací ze středu.

- Chyba z rozdílu výšky zdánlivého a skutečného horizontu na lati (viz. obr. 5.3) :



Obr. 5.3 Zdvížení zdánlivého horizontu a refrakce

Chyba ze zdvižení zdánlivého horizontu:

$$\Delta h = l_B'' - l_B ,$$

po odvozeních konečný vztah má tvar :

$$\Delta h = \frac{d^2}{2R}$$

Tato chyba je závislá na délce záměry a její vliv se vyloučí za předpokladu, že při jednotlivých sestavách se dodrží stejná délka záměry vpřed i zpět (geometrická nivelace ze středu).

– Chyba z refrakce :

Refrakční křivka má tvar

$$r = \frac{R}{K}$$

Refrakční křivka protne lať v odečtení l_B' a hodnota $\Delta\rho$ je chyba z refrakce a úhel ρ refrakční úhel (viz.obr. 5.3). Po odvozeních dostaneme tvar pro chybu z refrakce :

$$\Delta\rho = \rho \cdot d = \frac{1}{2}k \cdot \frac{d^2}{R} ,$$

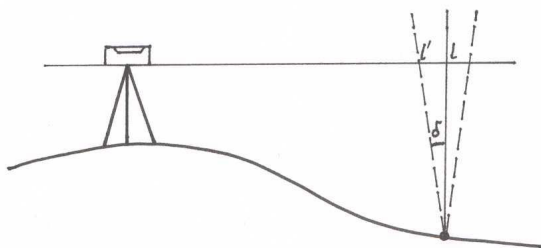
kde $k = 0,08 - 0,18$

Vliv chyby ze zdvižení zdánlivého horizontu a chyby z refrakce vyjadřujeme společně :

$$\Delta = \Delta h - \Delta\rho = \frac{d^2}{2R}(1 - k)$$

Chyba opět závisí na délce záměry a vyloučí se důslednou geometrickou nivelací ze středu.

– Chyba z odklonu nivelační latě od svislice (viz. obr. 5.4):



Nesprávné čtení na lati bude :

$$l' = \frac{l}{\cos \delta}$$

Chyba má systematický charakter, ale původ nahodilý. U latí s libelou dodržovat podmínky ustavení latě a u latí pro technickou nivelaci (nemají libelu) mírně kývat s latí dopředu a dozadu.

Obr. 5. 4 Nesvislá poloha latě

- Chyba z nepřesného dělení stupnice latě.

Zjišťuje se porovnáním polohy rysek stupnice s ryskami porovnávacího měřidla (etalonu).

- Chyba ze zapadání přístroje nebo latě v průběhu měření. Tuto chybu odstraníme u velmi přesné nivelace vhodně voleným plynulým měřickým postupem, Při použití dvou latí čteme v následujícím pořadí :

čtení vzad
 čtení vpřed
 opakované čtení vzad
 opakované čtení vpřed

Z obou čtení vpřed a vzad vytvoříme aritmetický průměr.

5.1.6. Nahodilé chyby nivelace – přesnost nivelace – dovolené odchylky

Nahodilé chyby mají při nivelaci několik zdrojů, kterými jsou nepřesnost v určení části nejmenšího dílku dělené stupnice latě, nepřesnost čtení na lati v důsledku jejího odklonu od svislice a jiných zbytkových chyb, vyplývajících z neúplného odstranění systematických chyb.

Ze zákona o hromadění chyb vyplývá, že vliv nahodilých chyb narůstá s druhou mocninou délky nivelačního pořadu L a vyjadřujeme jej jednotkovou střední chybou m_o . Střední chyba výškového rozdílu určeného jedním měřením bude :

$$M = \pm m_o \sqrt{L} .$$

Výškový rozdíl určený nivelačním měřením tam a zpět bude mít střední chybu aritmetického průměru :

$$M_x = \pm m_{o_x} \sqrt{L} .$$

Kilometrová střední chyba převýšení jednoduché nivelace :

$$m_o = \pm \frac{d}{\sqrt{2}} .$$

Kilometrová střední chyba dvojité nivelace :

$$m_{o_x} = \pm \frac{d}{2} .$$

Dovolené odchylky jsou odvozené ze středních chyb nivelace pro 1 km nivelačního pořadu.

Podle Důlně měřického předpisu jsou dovolené odchylky rozdílu převýšení ze dvou nezávislých měření.

Pro nivelační pořady na povrchu podle skupin přesností :

velmi přesných měření (VPM)	$D_1 = 1,0\sqrt{L}$
přesných měření (PM)	$D_2 = \pm 2,5\sqrt{L}$
technických měření (TM)	$D_3 = \pm 5,0\sqrt{L}$
hrubých měření (HM)	$D_4 = \pm 25,0\sqrt{L} .$

Pro nivelační pořady v dole :

velmi přesných měření	$D_1 = \pm 2,0\sqrt{L}$
přesných měření	$D_2 = \pm 5,0\sqrt{L}$
technických měření	$D_3 = \pm 10,0\sqrt{L}$
hrubých měření	$D_4 = \pm 50,0\sqrt{L}$

kde L je délka nivelačního pořadu (km) a D dovolená odchylka (mm).

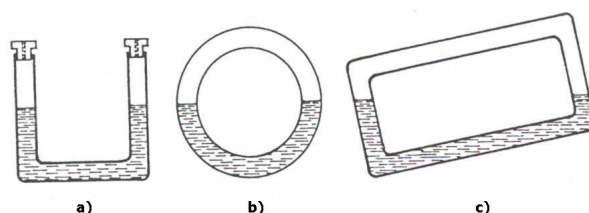
5.2. Hydrostatická nivelace

Do skupiny přístrojů a zařízení pro hydrostatickou nivelaci patří :

- Trubicový výškoměr
- Hadicová vodováha

5.2.1. Trubicový výškoměr

Pomocí trubicových výškoměrů se vytyčuje směr pouhým okem.



Obr. 5.5 Trubicový výškoměr
a) otevřený, b) uzavřený kruhový, c) uzavřený obdélníkový

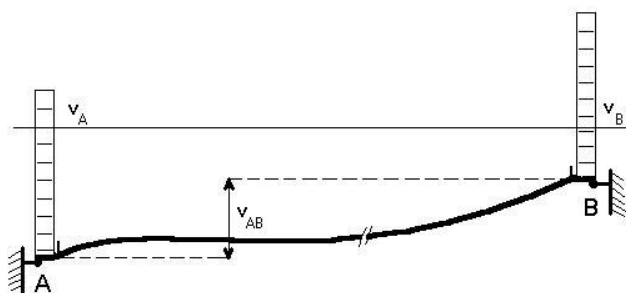
5.2.2. Hadicová vodováha

Hadicová vodováha je založena na principu spojitých nádob. Princip měření je znázorněn na obr.5.6.

Výškový rozdíl :

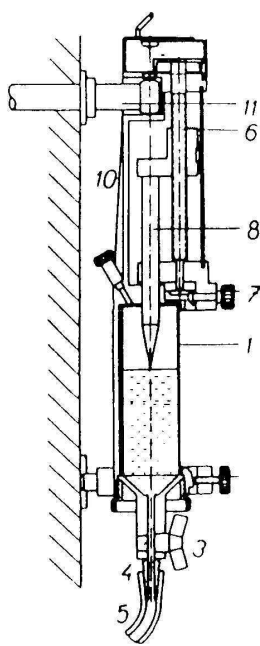
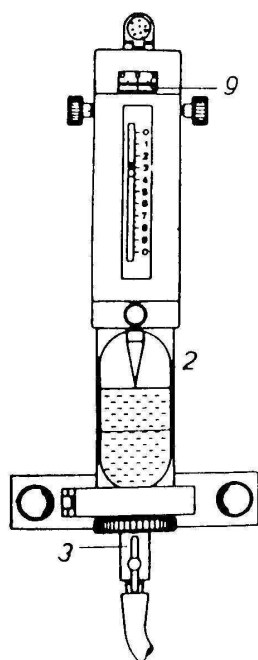
$$v_{AB} = v_B - v_A$$

Výškový rozdíl lze určit jen v rozsahu stupnic nádob. Taková jednoduchá vodováha se používá při srovnávání výšek na stavbách, kde jimi dosahovaná přesnost je vyhovující.



Obr. 5.7 princip měření hadicovou vodováhou

O. Meisser upravil hadicovou vodováhu tak, že přesnost v určení výškového rozdílu můžeme dosáhnout $\pm(0,2$ až $0,1$ mm). Na obr. 5.8 je znázorněna měřicí část hadicové vodováhy podle Meissera.



1. skleněný válec
2. kovová nádoba
3. kohout
4. napojení
5. gumová hadice
6. mikrometrický šroub
7. převod
8. hrot
9. odečítací zařízení
10. závěs
11. značka

Obr. 5.8 Hadicová vodováha dle Meissera

5.3. Barometrické měření výšek

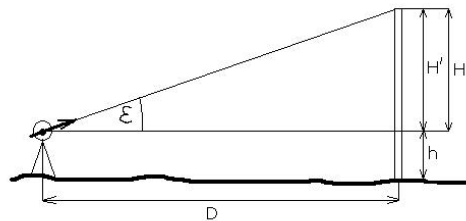
Určení výšky je založeno na principu, že za stejných podmínek je výška funkcí tlaku vzduchu, který se s narůstající výškou zmenšuje. K přístrojům pro barometrické měření vzduchu patří buď rtuťové *barometry* nebo kovové mechanické zvané *aneroidy*.

Za příznivých podmínek lze dosáhnout určení výšky se střední chybou $\pm(1 \text{ až } 3) \text{ m}$. Metoda barometrického určování výšek se používá hlavně při povrchovém geologickém průzkumu.

5.4. Trigonometrické měření výšek

Trigonometrické měření výšek je nepřímý způsob zjišťování výškového rozdílu bodů, tj. výpočtem z jiných známých hodnot nutných pro jednoznačné řešení.

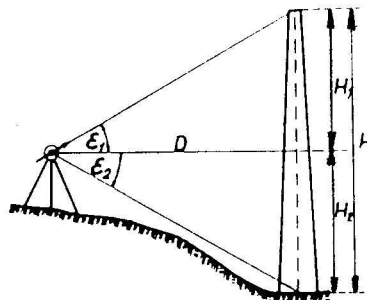
Způsob měření a výpočtu je patrný z obr. 5.9.



Obr. 5.9 Určení výšky objektu

Výška objektu je dána výrazem :

$$H = H' + h = D \cdot \operatorname{tg} \varepsilon + h$$



Obr. 5.10 Určení výšky objektu v ukloněném terénu

Z obr. 5.10 vyplývá : $H = H_1 + H_2 = D \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1 + D \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_2 = D (\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2)$