

**Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
Hornicko – geologická fakulta
Institut geodézie a důlního měřictví**

Měření délek a komparace měřidel a dálkoměrů.

učební texty

RNDr. Jana Mazalová, CSc.

Ostrava 2002

Obsah

1. Měření délek	3
2. Základní metody měření a určování délek	3
3. Měření délek měřidly	6
3.1 Měření délek pásmem	6
3.2 Postup při měření délek pásmem	6
3.3 Technické metody měření délek	7
3.4 Přesné a velmi přesné metody měření délek	8
3.5 Přesnost měření délek	9
4. Měření délek elektronickými dálkoměry	10
4.1 Základy měření délek	11
4.2 Šíření elektromagnetických vln	12
4.3 Modulace elektromagnetických vln	12
4.4 Metody měření délek elektromagnetickými vlnami	14
4.5 Měření časového intervalu	14
4.6 Fázový rozdíl	15
4.7 Opravy délek měřených dálkoměry	17
5. Nepřímé (trigonometrické) určování délek	18
5.1 Určení délky z polohového bodového pole	18
5.2 Určení délky v trojúhelníku	19
5.3 Určení délky zenitovými úhly	20
5.4 Určení délky ze čtyřúhelníků	21
5.5 Určení délky polygonovým pořadem	23
6. Paralaktické určování délek	24
7. Optické metody měření délek	25
7.1 Nitkové dálkoměry	25
7.2 Diagramové dálkoměry	27
7.3 Dvojobrazové dálkoměry	28
7.3.1 Dvojobrazové dálkoměry s vodorovnou latí	28
7.3.2 Dálkoměry s vestavěnou základnou	29
7.4 Využití optických dálkoměrů	30

1. Měření délek.

Délky jsou jednou ze základních geometrických veličin, měřených v geodetických pracích. Vývoj měřických metod byl značně pomalý. Až do poloviny 20. století výrazně zaostával za teodolity. Do té doby se k měření délek nejprve používaly převážně pásma a nitkové dálkoměry. Teprve před druhou světovou válkou se začala rozvíjet výroba diagramových a dvojobrazových dálkoměrů a metoda paralaktická. Tyto dálkoměrné metody umožňovaly přesnější určování délek přibližně do 150 m a s nižší přesností asi do 300 m.

Zvrat ve vývoji dálkoměrů nastal po 2. světové válce nástupem elektronických dálkoměrů. Podstatný byl jejich velký dosah až do několika desítek kilometrů a u některých radiolokačních metod i několik set kilometrů. V současné době je elektronické měření délek s dosahem do několika kilometrů naprosto převažující metodou. Velmi přesné elektronické dálkoměry umožnily výrazné upřesnění metrického délkového systému.

Důležitým předpokladem správných metod měření délek je přesná znalost délkových měř, kalibrované etalony, komparované přístroje a pomůcky k měření délek a k tomu vybudované vhodné srovnávací geodetické základny a základní znalost metrologie délek.

Poslední definice metru byla schválena na 17. generální konferenci pro míry a váhy v r. 1983. **Jeden metr je délka dráhy, kterou projde světlo ve vakuu za 1/299 792 458 s.** Ve jmenovateli je rychlost šíření elektromagnetických vln ve vakuu používaná pro výpočet délek měřených elektronickými dálkoměry a schválená Mezinárodní unií geodetickou a geofyzikální (IUGG) v roce 1975 na jejím XVI. valném shromáždění.

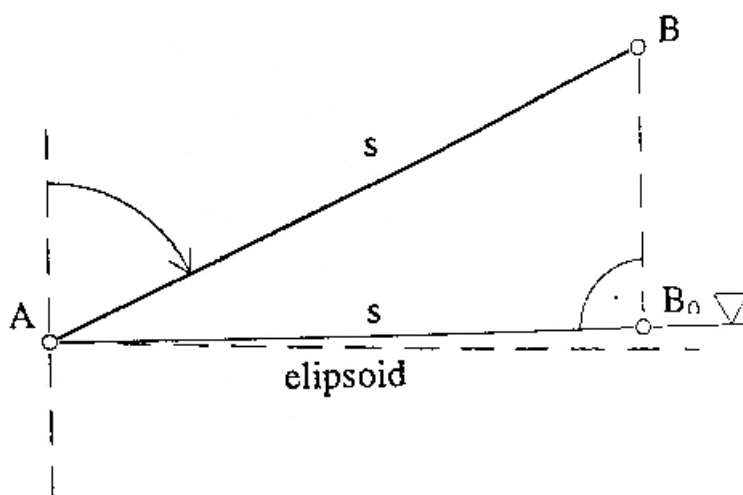
2. Základní metody měření a určování délek.

Délka je definována úsečkou mezi dvěma koncovými body **A** a **B**. (obr.2.1).

Obecně se jedná o délku šikmou. V geodetické praxi se měří buď přímo šikmá délka s' , nebo její průmět s ve vodorovné rovině (v tečné rovině k hladinové ploše v jednom z koncových bodů). **Podle druhu měřených veličin se dělí metody měření délek na přímé a nepřímé.** Přímé se měří délky jen s měřidly (pásmem, invarovým drátem apod.) K přímým metodám se také často řadí ty, u nichž se přímo čte výsledná šikmá nebo vodorovná délka (např. měření délek diagramovými, dvojobrazovými a elektronickými dálkoměry). Výstižnější je však rozdělení měřických metod podle druhu přístrojů, pomůcek a měřených veličin. Základní metody lze rozdělit na

- Měření délek měřidly,
- Měření délek elektronickými dálkoměry
- Nepřímé (trigonometrické) určování délek
- Optické metody určování délek

Za nejstarší způsob můžeme považovat **měření délek měřidly**. Měřidla se postupně kladou za sebou ve vertikálním profilu délky a součtem všech kladů převedených do stejné úsečky se získá její velikost.



Obr.2.1 Šikmá délka s' a vodorovná délka s .

Elektronické dálkoměry jsou nejrozšířenějšími dálkoměrnými přístroji. Dělí se na **světelné** (elektrooptické) a radiové. V dnešní době se v praxi téměř výhradně používají světelné dálkoměry. Mají vysokou přesnost a dosahují vysoké produktivity měřických prací.

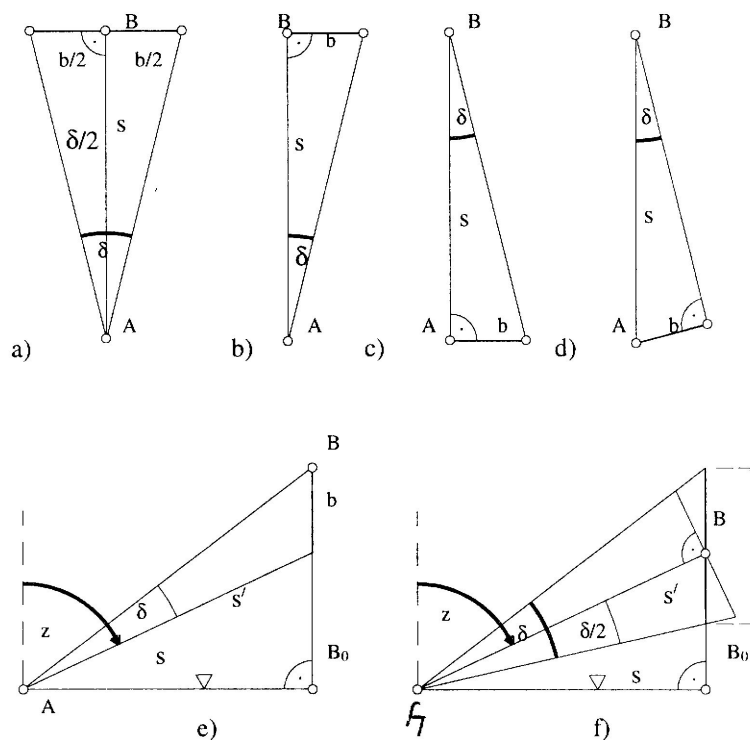
Trigonometrické určování délek vychází z jejich odvození pomocí geometrických obrazců, zpravidla trojúhelníků, čtyřúhelníků a polygonových pořadů, v nichž jsou měřeny jiné veličiny (úhly, délky a souřadnice). Používá se především v těch případech, kdy jeden nebo oba koncové body jsou nepřístupné, nebo mezi nimi není volná přímá záměra. Měřické práce však bývají časově náročnější.

Paralaktické a optické metody určování délek jsou v podstatě zvláštní skupinou trigonometrických způsobů určování délek, kdy se délky počítají zpravidla z úzkých trojúhelníků, jejichž hlavní tvary jsou schematicky uvedeny na obr.(2.2). Výsledné délky s, s' se odvozují ze známé základny b a ze známého dálkoměrného úhlu δ . Trojúhelníky jsou pravoúhlé a rovnoramenné, (obr.2.2.a až d), nebo obecné (obr.2.2.e a f). Výsledné délky jsou dány vztahy

$$s = \frac{b}{2} \cot g \frac{\delta}{2} \quad (\text{obr.2.2.a}) \quad (2.1)$$

$$s = b \cot g \delta \quad (\text{obr.2.2.b a c}) \quad (2.2)$$

$$s = \frac{b}{\sin \delta} \quad (\text{obr.2.2.d}) \quad (2.3)$$



Obr. 2.2 Paralaktické a optické určování délek.

$$s' = b \frac{\sin(z - \delta)}{\sin \delta}, \quad s = b \frac{\sin(z - \delta)}{\sin \delta} \sin z \quad (\text{obr.2.2.e}) \quad (2.4)$$

$$s' = \frac{b}{\sin z \sin \delta} \left[\sin\left(z - \frac{\delta}{2}\right) \sin\left(z + \frac{\delta}{2}\right) \right] \approx \frac{b}{2} \sin z \cot g \frac{\delta}{2} \quad (\text{obr.2.2.f}) \quad (2.5)$$

$$s = \frac{b}{\sin \delta} \left[\sin\left(z - \frac{\delta}{2}\right) \sin\left(z + \frac{\delta}{2}\right) \right] \approx \frac{b}{4} \sin^2 z \cot g \frac{\delta}{2}. \quad (2.6)$$

Ve všech trojúhelnících jsou vyznačeny buď určované délky s , nebo šikmé délky s' , koncové body délek A, B základna b a dálkoměrný úhel δ . Na bodě A je vždy postaven přístroj (dálkoměr, teodolit) a na bodě B základna (vodorovná, nebo svislá lať), nebo terč.

Uvedené způsoby určování délek se dělí podle různých hledisek. Jedním z hlavních kritérií je **druh měřené veličiny**, podle něhož se rozlišují metody na měření

- S proměnným úhlem δ a s konstantní základnou b (měří se přímo nebo nepřímým dálkoměrným úhlem).
- S proměnnou základnou b a s konstantním dálkoměrným úhlem δ (měří se proměnným úsekem na lati I).

Druhým základním kritériem metod určování délek je umístění základny **b**. V tom případě se dělí na

- Metody s latí na druhém koncovém bodě **A** (obr.2.2. a,b,e,f)
- Metody s vestavěnou základnou v dálkoměrném přístroji na bodě **A**.(obr.2.2. c,d)

3. Měření délek měřidly.

3.1. Měření délek pásmem.

K měření délek se užívají:

1. ocelová pásma
2. plastová pásma,vyztužená skelnými vlákny
3. invarová pásma

V současné době se pro běžná měření délek používají ocelová, nebo plastová pásma. Ocelová pásma se vyrábějí z pérové oceli, nebo z oceli válcované za studena, která jsou po konečné úpravě zakalená. K ochraně proti korozi jsou do ocele přidány různé přísady a pásma se opatřují ochrannými vrstvami. Pásmo musí být dostatečně ohebné, bez rezistenční deformace, musí mít přiměřenou pevnost v tahu, přesné a trvanlivé rysky a čísla, musí být odolné vůči lámání a působení chemikálií. Přesnost ocelových pásem se uvádí chybou 1 mm/10 m, plastových pásem chybou 2 mm/10 m. Pásma se svinují a podle způsobu jejich uložení rozlišujeme pásma na vidlici a v pouzdře.

Pásmo na vidlici je ocelová stuha délky 10, 15, 20, 30 a 50 m o průřezu 10/0,3 mm až 15/0,5 mm. Konec stuhu je upevněn krátkým řemínkem k otáčivé hřídeli, která je vsazena mezi dvě vidlice s rukojetí. Dělení bývá buď vyraženo, nebo vyleptáno. První způsob je trvanlivější, leptané dílky se časem setřou. Zpravidla první decimetr stuhu je dělen po milimetru a další části po centimetru. Číslovány jsou pouze dílky označující decimetry a metry.

Pásma v pouzdře jsou svými vlastnostmi shodná s pásmo na vidlici. Jejich výhodou je lepší ochrana navinutého pásma. Nevýhodou je obtížné držení konce pásma při měření.

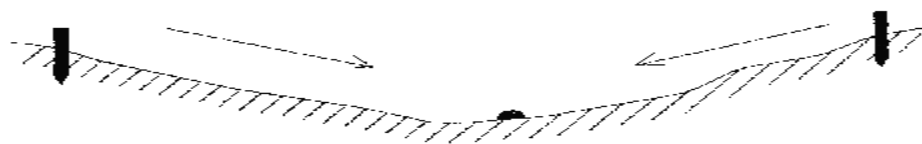
3.2. Postup při měření délek pásmem.

K určení délky s potřebnou spolehlivostí a přesností se používají další pomůcky. Jsou to měřické hřeby, olovnice, sklonoměry, siloměry, výtyčky, stojánky na výtyčky, kolíky atd. Metoda užitá pro měření délky pásmem vychází z požadované přesnosti. Měření délek se v podstatě dělí do dvou základních skupin a to na technické a přesné.

3.3. Technické metody měření délek.

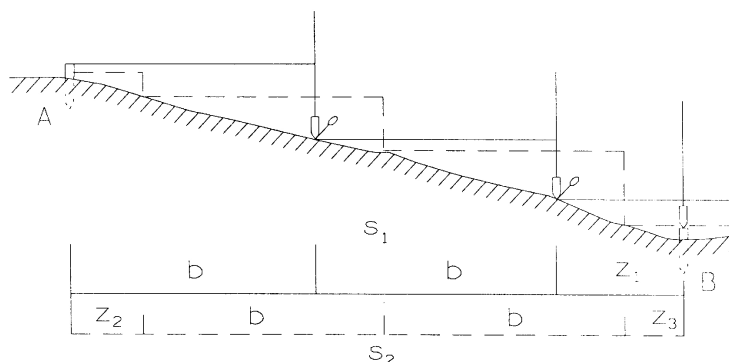
Jsou charakterizovány střední chybou několika centimetrů na 100 m. Užívají se např. při určování délek mezi danými body při měření polohopisu metodou pravoúhlých souřadnic, konstrukčně oměrných, běžných pracích na stavbách atd.

Měření délky předchází označení počátečního a koncového bodu výtyčkami, které se umísťují do stojánek. Zpravidla se dnes měří délky pásmem asi do 50 m. Jsou – li koncové body měřené délky od sebe vzdáleny více než tři klady pásma, nebo ve svažitém terénu, je nutno vytyčit ještě mezilehlé body a označit je výtyčkami. Dosahuje – li měřená délka sto a více metrů, vytyčují se mezilehlé body vizuálně (od oka). Tímto způsobem je možné zařadit mezilehlé body do spojnice počátečního a koncového bodu s přesností kolem 50 mm. V členitém terénu je lépe vytyčovat mezilehlé body teodolitem.



Obr. 3.1. Měření délek přes údolí.

Délky v rovinatém nebo mírně svažitém terénu se měří vždy ve vodorovné poloze pásma. Měřický postup závisí na reliéfu terénu. Každá z délek se **zásadně** měří dvakrát. Je – li terén rovinatý, měří se délka tam a zpět. Ve svažitém terénu se měří vždy ze svahu. Je – li mezi počátečním a koncovým bodem údolí, je nutné měřenou délku rozdělit na dva úseky tak, aby délka mohla být měřena vždy ze svahu. (obr.3.1.) Měření začíná přiřazením pásma v obecné poloze na počáteční bod délky. Pásma se zařadí do směru spojnice koncových bodů a uvede se do vodorovné polohy. Pásma se napne silou, která by měla odpovídat 100 N. K napínání pásma se používá siloměr. Po napnutí pásma se odečtou ve stejném okamžiku hodnoty na obou stranách pásma. Postup měření při druhém a dalších kladech se opakuje. Počet kladů zaznamenává měřič do zápisníku.



Obr. 3.2. Měření délek ze svahu.

Měřit délky ve svažitém terénu, kdy pásmo není možné urovnat do vodorovné polohy ani provázit jeho konec pomocí olovnice, je nutné v šikmých polohách pásma. Postup měření je podobný jako v předešlém případě. Rozdíl je pouze v tom, že měřené šikmé kladu se převádějí na vodorovné. K převodu je nutno měřit sklon každého kladu pásma sklonoměrem. Vodorovné průměty b_i šikmých kladů b' se vypočtou ze vztahu

$b_i = b'_i \cos \beta_i$, kde β_i je úhel sklonu pásma od vodorovné roviny. Vodorovný průmět celé délky je dán vztahem:

$$s_{AB} = \sum_1^n b'_i \cos \beta_i + z' \cos \beta_z \quad (3.1)$$

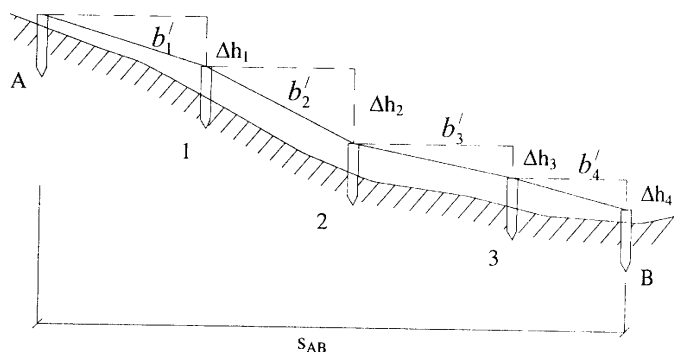
Délka se opět měří dvakrát. Při měření šikmých kladů pásma platí stejná pravidla jako při měření vodorovných délek.

3.4. Přesné a velmi přesné metody měření délek.

Přesné metody jsou charakterizovány zpravidla chybou do 1 cm na 100 m a velmi přesné metody milimetrovou chybou. K měření délek lze použít pouze **komparovaná** ocelová pásma. Dříve se pro velmi přesná měření délek (např. geodetických základěn) užívaly invarové dráty.

- Přesné metody se užívají především v inženýrské geodezii při vytyčování staveb, v některých druzích místních polohových sítí atd. Postup měření je schematicky vyznačen na obr.3.3. Před měřením se vytyčí teodolitem mezilehlé body ve vzdálenostech menších než je délka pásma. Tyto body se stabilizují většinou dřevěnými kolíky.

Převýšení Δh_i sousedních kolíků se určí geometrickou nivelací, nebo pomocí zenitových úhlů.



Obr. 3.3. Přesné měření délek.

Mezilehlé body musí být voleny tak, aby napnutí pásma mezi sousedními kolíky nebránila žádná terénní překážka. Šikmé délky b'_i mezi kolíky se zpravidla měří třikrát. Přitom je důležité napínat pásmo konstantní silou, stejnou jako při jeho komparaci, což

bývá 100 N. Toho se dosáhne pomocí siloměru. Měřené šikmé délky b_i' mezi sousedními kolíky se Pythagorovou větou převedou na délky vodorovné b_i . Výslednou vodorovnou délku vypočteme aritmetickým průměrem pomocí vztahů:

$$s = \frac{\sum_1^3 s_j}{3}, \quad s_j = \sum_1^n (b_i^2 - \Delta h_i^2)^{0,5} \quad (3.2)$$

- K velmi přesným měřením délek na stavbách (pokud jde o krátké délky) lze použít invarových pásem a to jak při měření v horizontálním tak i vertikálním směru. Značení půlmetrů, metrů a decimetrů je stejné jako u pásem na kruhu. Na rozdíl od pásem na kruhu, kdy odhadujeme centimetry, jsou k pásu dodávány 10 cm stupnice dělené po milimetru, které je možno přiřadit k libovolnému decimetrovému dělení. K napnutí pásma je opět nutno použít siloměru, nebo pásma napnout pomocí závaží.

- Měření délek invarovými dráty.

Od konce 19. stol. se po dlouhou dobu až do sériové výroby přesných světelných dálkoměrů, používalo k velmi přesným měřením délek invarových drátů. Užívaly se především k měření několikakilometrových základen. S rozvojem světelných dálkoměrů ztratily invarové dráty na významu.

3.5. Přesnost měření délek.

Měření délek pásmy je zatíženo chybami náhodnými a systematickými, které tvoří chybu úplnou. Nebezpečné jsou chyby systematické, které mohou nepříznivě ovlivnit měřené délky tak, že jejich úplné chyby jsou větší než přípustné odchylky.

K chybám systematickým patří zejména:

- Chyba z nesprávné délky pásma
- Chyba ze změny délky pásma vlivem teploty
- Chyba z průhybu pásma
- Chyba z protažení pásma
- Chyba z nevodorovné polohy pásma
- Chyba z vybočení pásma ze směru
- Chyba z určení sklonu nebo převýšení pásma.

Mezi chyby náhodné se obvykle řadí:

- Chyba z provázení konce pásma
- Chyba z vyznačení kladu pásma
- Chyba z přiřazování pásma
- Chyba ze čtení.

U náhodných chyb se předpokládá, že jejich úhrnná velikost bude malá a u každého kladu měřidla se projeví jinou hodnotou podle Gaussova zákona rozdělení pravděpodobnosti.

3.6 Využití měření délek pásmem.

Pásma patří k nejstarším pomůckám užívaným v geodézii, ale i v ostatních oborech. V dřívějších dobách bylo pásmo jedinou pomůckou k měření délek při budování podrobných bodových polí, které se v té době budovaly převážně polygonovými pořady. Pásmo bylo také základní pomůckou při dřívějším mapování polohopisu. V té době byla pro polohopisná měření základní metodou metoda pravoúhlých souřadnic (metoda ortogonální).

Od počátku minulého století ztrácelo pásmo při mapování svou prioritu pro méně přesné měření délek. Souviselo to s výrobou přesnějších teodolitů s nitkovými, později diagramovými dálkoměry. Se zavedením světelných dálkoměrů ztratilo svůj význam i pro přesné měření délek. V dnešní době se v geodetických pracích pásmo používá k měření délek do 50 m, nebo k měření jednotlivých délek, pokud není k dispozici dálkoměr. V mapování velkého měřítka se používá při metodě konstrukčně oměrných. Dá se předpokládat, že měření pásmem se v praxi bude užívat i nadále jak při různých technických pracích, tak i v inženýrské geodézii. V některých geodetických pracích je měření pásmem ekonomičtější a přitom zajišťuje dostatečnou přesnost.

4. Měření délek elektronickými dálkoměry.

Elektronickými dálkoměry, jejichž vývoj započal v třicátých letech minulého století, se měří délky pomocí vhodných elektromagnetických vln. Vývoj přístrojů probíhal dvojí cestou podle toho, které pásmo elektromagnetických vln bylo použito k měření délek. Rozlišují se tak světelné (elektrooptické) a radiové dálkoměry. Oba druhy přístrojů nebyly původně konstruovány pro geodetické práce. Světelné dálkoměry začali fyzikové konstruovat především k přesnějšímu určení rychlosti světla. Podobně radiové systémy byly určeny k radiolokaci a navigaci letadel a lodí.

Myšlenka měření délek světelnými vlnami vznikala na konci 19. století. Konkrétní upozornění na možnost konstrukce dálkoměrů se objevily po první světové válce. Přispěly k tomu jak stále přesnější hodnoty určení rychlosti světla, tak návrhy na využití Kerrových buněk k modulaci světelných signálů. V třicátých letech se objevily první patenty na konstrukci světelných dálkoměrů. Nejprve byly vyrobeny modely a prototypy impulsních světelných dálkoměrů, které však ještě neměly potřebnou přesnost. Po druhé světové válce začal být vyráběn ve Švédsku první světelný dálkoměr, nazvaný podle jeho hlavního konstruktéra Bergstrandův geodimetr. Jeho poměrně značná přesnost byla charakterizována chybou několika centimetrů na vzdálenost přes 10 km. V padesátých a šedesátých letech došlo k rychlému rozvoji výroby světelných dálkoměrů nejen ve Švédsku, ale i v NSR, Rusku, Anglii, NDR a v dalších státech.

Radiové dálkoměry vznikaly zejména v souvislosti s vývojem radiolokátorů. Ideové návrhy na samostatné radiové dálkoměry byly zveřejněny ve 30. letech. Rychleji však postupovala konstrukce radiolokátorů, jejichž součástí byly i přístroje k radiovému měření

délek. Bylo to způsobeno potřebami 2. Světové války. Na základě vysoké přesnosti radiových dálkoměrů byly koncem 40. a v padesátých letech minulého století použity radiolokační systémy SHORAN a HIRAN k měření délkových sítí sloužících ke geodetickému spojení stávajících národních sítí a k připojení kontinentů, ostrovů a poloostrovů.

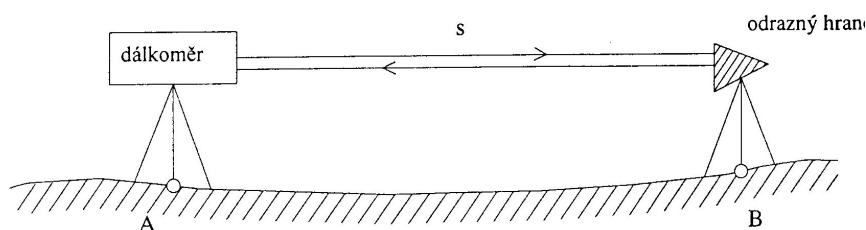
V posledních dvou desetiletích minulého století se běžné geodetické práce orientovaly výhradně na světelné dálkoměry s dosahem několika kilometrů, které mají vysokou přesnost a spolehlivost v určování délek. Pozemní radiové dálkoměry se již nepoužívají vzhledem k jejich poněkud nižší přesnosti a nutnosti obsluhy na obou koncových bodech. Pokud je třeba určit délky mezi body, jejichž vzájemná záměra není volná, používá se nepřímá metoda výpočtu délky ze souřadnic koncových bodů určených metodou GPS.

4.1. Základy měření délek

Princip činnosti elektronických dálkoměrů je založen na měření času, za který projde elektromagnetický signál určenou délkou s tam a nazpátek. Délka se vypočte pomocí jednoduchého vztahu (obr.4.1)

$$s = \frac{v\tau}{2} + k_a, \quad (4.1)$$

kde v je rychlost šíření vln podél její dráhy a k_a adiční konstanta přístroje.



Obr. 4.1. Schéma měření délky elektronickým dálkoměrem

Pro přesné geodetické práce jsou vhodné světelné vlny v rozsahu viditelného spektra a v oblasti infračerveného záření, přibližně v intervalu vlnových délek od 0,2 μm do 10 μm a ultrakrátké vlny v oblasti vlnových délek od 3 mm do 1 m .

Elektromagnetické vlny jsou obecně charakterizovány příčným vlněním periodického charakteru, kdy vektory elektrického a magnetického pole jsou kolmé vzájemně i ke směru šíření signálu. K zjednodušení matematického odvození výpočtu délek je uvažováno periodické kmitání vektoru sinusového tvaru (např. vektoru elektrického pole), vyjádřené rovnicí

$$u_t = A \sin (2\pi ft + \varphi_0), \quad \text{nebo} \quad u_t = A \sin (\omega t + \varphi_0), \quad (4.2)$$

kde u_t je výchylka v době t , A je amplituda, f frekvence (kmitočet), ω úhlová frekvence a φ_0 počáteční fáze.

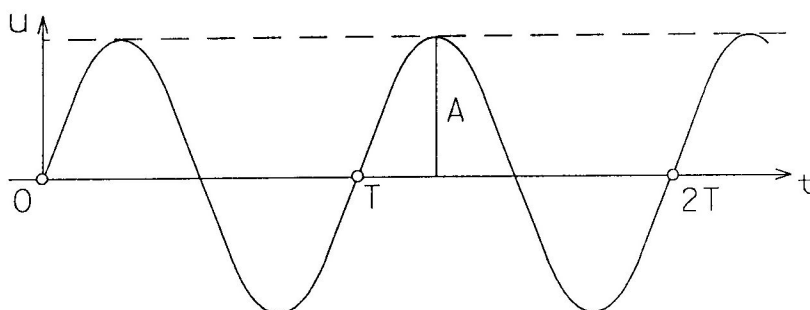
4.2. Šíření elektromagnetických vln.

V homogenním a izotropním prostředí se elektromagnetické vlny šíří přímočaře konstantní rychlostí ve všech směrech. Atmosféra, obklopující Zemi je však prostředí různorodé a značně proměnlivé, zejména ve spodních vrstvách blízko povrchu Země. Nestejnorodost atmosféry působí změny především v rychlosti šíření elektromagnetických vln a ve tvaru jejich dráhy. Chyby délek měřených elektronickými dálkoměry jsou závislé zejména na chybách v teplotě, tlaku a vlhkosti vzduchu, na přítomnosti různých plynů a pevných látek v atmosféře a na chybě ve vlnové délce signálu.

4.3. Modulace elektromagnetických vln.

K měření délek v geodézii se zpravidla nepoužívá elektromagnetických vln o neměnných parametrech, tzv. **nosných** vln, s výjimkou interferenčních metod. Hlavním důvodem je jejich příliš malá vlnová délka. Platí to především pro světelné vlny. Proto jsou nosné vlny modulovány. Modulací se mění podle přesně zvoleného postupu jeden nebo více parametrů vlnění. Podle toho, který ze tří parametrů je modulován, hovoříme o modulaci amplitudové, frekvenční a fázové. Na obr.4.2 je znázorněn průběh monotonního vlnění, kdy výchylka u_t má v závislosti na čase t sinusový průběh.

$$u_t = A \sin(2\pi ft + \varphi_0). \quad (4.3)$$



Obr. 4.2. Sinusový tvar monotonního vlnění.

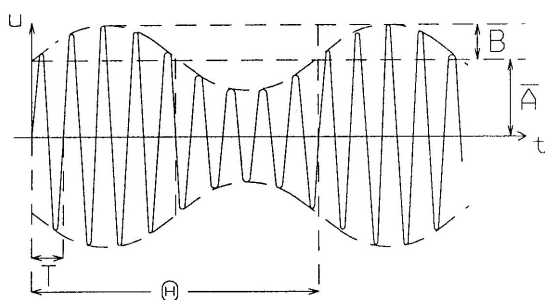
Každý ze tří parametrů (amplituda **A**, frekvence **f** a fázový posun φ_0) se může měnit (modulovat) podle určitého zákona, který má obvykle sinusový charakter. Modulační vlna (obálka) je definována modulační frekvencí **F**, která bývá řádově mnohem menší než frekvence **f** nosného signálu.

Světlo se moduluje jen amplitudově, kdežto rádiové vlny se mohou modulovat frekvenčně a fázově. Sinusový tvar modulace je charakterizován rovnicemi :

$$u_t = (\bar{A} + B \sin 2\pi Ft) \sin(2\pi ft + \varphi_0) \quad \text{amplitudová modulace} \quad (4.4)$$

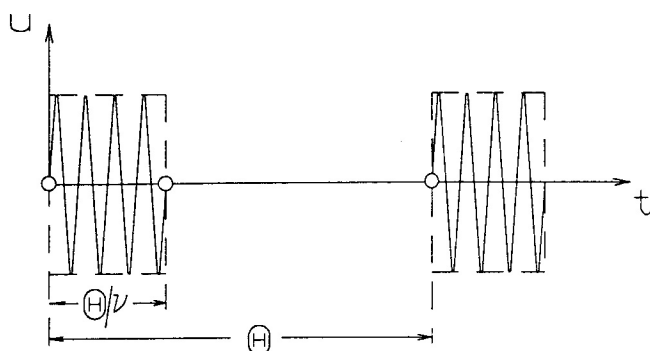
$$u_t = A \sin\left(2\pi f_0 t + \frac{\Delta f_0}{F} \sin 2\pi Ft + \varphi_0\right) \quad \text{frekvenční modulace} \quad (4.5)$$

$$u_t = A \sin(2\pi ft + \varphi_0 \sin 2\pi Ft) \quad \text{fázová modulace} \quad (4.6)$$



Obr. 4.3. Amplitudová modulace sinusového tvaru.

Vzhledem k tomu, že se v geodézii v posledních letech používají jen pozemní světelné dálkoměry, má rozhodující význam amplitudová modulace, vyjádřená obecně rovnicí (4.4). Její průběh schematicky znázorňuje obr.5. Hlavní charakteristikou je hloubka modulace $m = \frac{B}{A}$. Rozhodující pro měření délek je modulační obálka, vyjádřená výrazem $(\bar{A} + B \sin 2\pi Ft)$. Modulační vlnová délka je označena L a doba jednoho modulačního cyklu (periody) Θ ($F = \frac{1}{\Theta}$).



Obr. 4.4. Impulsová modulace.

a) Zvláštním případem amplitudové modulace je vysílání impulsů, používaných jak u přístrojů pro měření délek rádiovými vlnami, tak i u některých druhů světelných dálkoměrů. Při impulsovém provozu se střídá podle zvolené frekvence malý časový interval $\Theta : \nu$, kdy amplituda \mathbf{A} nosné vlny má konstantní hodnotu, s časovým intervalem $\Theta - \Theta / \nu$, kdy amplituda $\mathbf{A} = 0$. Doba $\Theta : \nu$ vysílání impulsu je mnohonásobně kratší než přestávka mezi impulsy. Modulační obálky impulsů mají teoreticky pravoúhlý (lichoběžníkový tvar).

4.4. Metody měření délek elektromagnetickými vlnami.

Způsoby měření délek elektromagnetickými vlnami je možno rozdělit podle druhu měřených veličin do tří základních skupin:

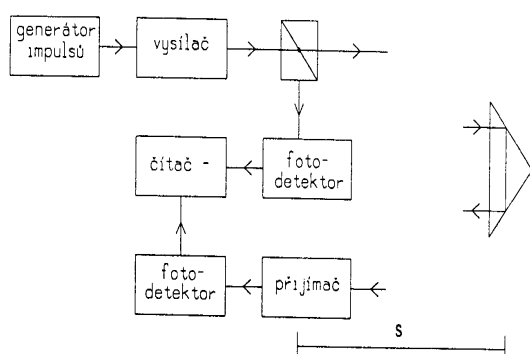
- a) Měření časového intervalu
- b) Měření fázového rozdílu
- c) Měření frekvenčního rozdílu

4.5. Měření časového intervalu.

Přímého měření časového intervalu τ se používá jak u světelných, tak u radiových dálkoměrů. Radiové dálkoměry jsou zpravidla součástí družicových systémů (např. GPS) a radiolokátorů. Impulsy, vyráběné u světelných dálkoměrů obvykle laserovými diodami, jsou velmi krátké (kolem 1 ns). Čas τ , za který projde impuls dvojnásobnou délkou s se měří čítačem. Délka se spočítá z rovnice

$$s = \frac{v\tau}{2} + k_A. \quad (4.7)$$

Nemá – li chyba ε_s délky s překročit hodnotu $|5mm|$, musí být měřen čas s přesností 0,033 ns. Tato chyba není závislá na velikosti měřené délky s . Protože časový interval je velmi krátký (např. vzdálenost $s = 300$ m proběhne elektromagnetický impuls tam a zpět za 2 μs) a požadovaná přesnost měření geodetických délek značně vysoká, měří se časový interval τ pomocí čítačů s přesností kolem $1 \cdot 10^{-11}$.



Obr.4.5. Schéma impulsního dálkoměru.

Zjednodušené schéma impulsních dálkoměrů je uvedeno na obr.4.5. Malá část světelného signálu, který je vysílán k odraznému systému na druhém koncovém bodě, jde v přístroji do

přijímače, kde odstartuje sčítání vysokofrekvenčních impulsů čítačem. Sčítání je ukončeno stejným impulsem po jeho průchodu měřenou délkou tam a zpět. Zjištěný součet impulsů slouží k hrubému určení délek. K přesnějšímu určení tranzitního času τ se používá různých, obvykle analogových metod. Dalšího zvýšení přesnosti se dosahuje velkým počtem měření časového intervalu během velmi krátké doby. Např. při počtu 400 měření se sníží náhodná chyba dvacetkrát.

Výhodou světelných dálkoměrů s přímým měřením časového intervalu je zaměření délky s dostatečnou přesností v krátké době. Vzhledem ke krátkým časovým impulsům lze podstatně zvýšit jejich energii a tím měřit i krátké délky v rozsahu několika desítek až stovek metrů bez speciálních odrazných pomůcek (hranolů, odrazných fólií apod.)

4.6. Fázový rozdíl.

Nepřímé určení časového rozdílu τ pomocí fázového rozdílu mezi modulační obálkou kontinuálně vysílaného signálu a odraženého signálu je používáno u většiny typů světelných dálkoměrů a u geodetických radiových dálkoměrů. Výchylka vysílané modulační obálky v čase $t = t_1$ v počátečním bodě délky s je dána výrazem

$$u_1 = A \sin(2\pi ft + \varphi_0). \quad (4.8)$$

V okamžiku t_2 , kdy se vrátí odražený signál zpět do počátečního bodu délky, má jeho modulační obálka výchylku

$$u_2 = A \sin\left(2\pi ft - 4\pi \frac{Fs}{v} + \varphi_0\right). \quad (4.9)$$

Fázový rozdíl $\Delta\Phi$ vysílaného a odraženého signálu v počátečním bodě je roven

$$\Delta\Phi = 4\pi \frac{Fs}{v} \equiv 2\pi \frac{2s}{L}, \quad (4.10)$$

kde L je modulační vlnová délka.

Prakticky nelze měřit větší fázový rozdíl než 2π . Protože fázový rozdíl se měří s maximální přesností $2\pi \cdot 10^{-3}$ až $\pi \cdot 10^{-3}$, používá se u většiny přístrojů pro měření délek pomocí fázového rozdílu vhodné modulační frekvence F , jejíž hodnota vyhovuje žádané přesnosti měření. Např. u běžných světelných dálkoměrů bývají často voleny modulační kmitočty kolem 10 až 60 Mhz. Měřená délka však je mnohonásobně větší než modulační vlnová délka L .

Délka je pak dána rovnicí :

$$s = \frac{(n + \Delta n)L}{2} + k_a, \quad (4.11)$$

kde n je počet celých modulačních vlnových délek na vzdálenosti $2s$ a Δn je zbývající díl modulační vlnové délky, pro který platí nerovnost $0 \leq n \leq 1$. Symbol k_a označuje konstantu dálkoměru.

Výraz $n + \Delta n$ v rovnici (4.11) je závislý na fázovém rozdílu $\Delta\Phi$ vysílaného a odraženého modulačního signálu, takže platí

$$n + \Delta n = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} . \quad (4.12)$$

Fázový rozdíl se rozdělí na součet

$$\Delta\Phi = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi, \quad (4.13)$$

Kde $\Delta\varphi_0$ je fázový rozdíl odpovídající celému násobku 2π ($\Delta\varphi_0 = n2\pi$) a $\Delta\varphi$ je zbytek fázového rozdílu ($\Delta\varphi = \Delta n 2\pi$), který je podobně jako Δn definován nerovností $0 \leq \Delta\varphi \leq 2\pi$.

Porovnáním rovnic (4.12) a (4.13) dostaneme

$$n = \frac{\Delta\varphi_0}{2\pi} , \quad \Delta n = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} . \quad (4.14)$$

Dosadíme – li v rovnici (4.11)

$$\frac{L}{2} = U , \quad \frac{\Delta n L}{2} = r , \quad (4.15)$$

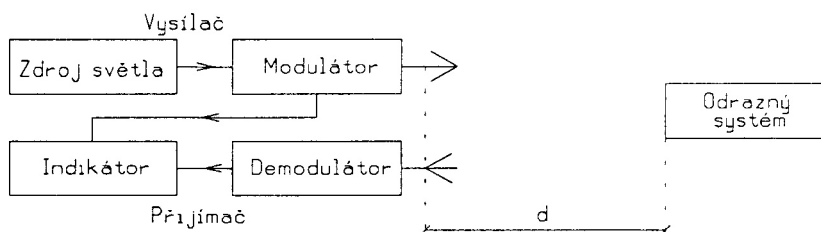
dostaneme měřenou délku jako

$$s = nU + r + k_a, \quad (4.16)$$

kde U je tzv. pracovní délka a r tzv. doměrek, který vyjadřuje příslušný zbytek modulační vlnové délky. Pro r platí opět nerovnost

$$0 \leq r \leq U .$$

U světelných dálkoměrů se často určují vzdálenosti pomocí fázového rozdílu obálek modulovaných vln. Takové dálkoměry se nazývají fázové.



Obr. 4.6. Zjednodušené schéma fázového dálkoměru.

Fázové světelné dálkoměry se vyrábějí od poloviny 20. století. Zjednodušené schéma je na obr.4.6. Světelné vlny, vycházející ze zdroje, procházejí modulátorem a jsou optickým vysílacím systémem usměrněny na odrazný systém. Odtud se vracejí zpět k dálkoměrnému přístroji a jsou optickým přijímacím systémem soustředovány na demodulátor. Světelné vlny jsou v modulátoru amplitudově modulovány, za účelem přesného určení časového intervalu t mezi vysílaným a odraženým signálem. V demodulačním zařízení je odražený světelný signál demodulován. Ve fázoměru je pak fázově porovnán modulační signál vysílaného světla s modulačním signálem světla odraženého. Z fázového rozdílu se vypočítá měřená délka s .

4.7. Opravy délek měřených dálkoměry.

Opravy délek určených elektrooptickými dálkoměry můžeme rozdělit na :

1. Opravu ze změny rychlosti šíření elektromagnetického signálu
2. Opravu ze zakřivení dráhy elektromagnetického signálu
3. Přístrojové opravy.

Ad.1 Rychlost šíření elektromagnetických signálů je závislá na fyzikálních vlastnostech vzduchu, tj. na jeho teplotě, tlaku a vlhkosti a na vlnové délce nosných vln. Opravu ze změny rychlosti šíření elektromagnetického signálu není nutno počítat. Buď se v přístroji přímo nastaví naměřené fyzikální vlastnosti vzduchu, nebo je dálkoměr vybaven elektronickými čidly k měření teploty a tlaku vzduchu a naměřené hodnoty se přímo zavádějí do výpočtu délky.

Ad.2 Tvar dráhy elektromagnetických vln je závislý na indexu lomu vrstev vzduchu, kterými signál prochází. Dráha se podobá oblouku kružnice o velkém poloměru, jehož křivost je obvykle stejného smyslu jako zakřivení Země. Poloměr náhradního oblouku je dán vztahem $r = R/k$, kde k je refrakční koeficient, který má u světelných vln hodnotu $k_s \approx 0,13$. R je střední poloměr Země. U světelných dálkoměrů jsou opravy ze zakřivení dráhy prakticky zanedbatelné, protože dosahují velikosti 1 mm pro délku až 39 km. Pro delší délky se zavádí oprava přímo do vzorců matematického převodu měřené šikmé délky na povrch referenční plochy.

Ad.3 Při měření délek prochází vysílané a odražené signály v dálkoměrech řadou složitých obvodů. V některých obvodech může docházet k systematickému zpoždění elektrických procesů a tím také k systematickým chybám v měřených délkách. Jiným zdrojem chyb je nedodržení předpokládaných parametrů činnosti některých bloků dálkoměrů. Také při vlastním měření časového intervalu, fázového rozdílu nebo kmitočtu

vznikají různé systematické chyby. Určení jejich velikosti je obtížné. Proto se vylučují nepřímými způsoby a vhodnými měřickými postupy.

Přístrojové opravy lze rozdělit do dvou hlavních skupin: na opravy konstantní velikosti a na opravy úměrné měřené délce.

Opravy konstantní velikosti se zahrnují do adiční konstanty dálkoměrů k_a . Zjišťují se laboratorně, nebo na srovnávacích geodetických základnách. Délky základen musí být určeny s vysokou přesností a jejich chyba by neměla překročit desetinu předpokládané chyby dálkoměru. Porovnáním délky geodetické základny s_g s délkou naměřenou dálkoměrem s_m se získá adiční konstanta k_a .

$$K_a = s_g - s_m.$$

Konstanta se skládá ze dvou částí. První část konstanty je geometrického původu a tvoří ji vzdálenost geometrického počátku měřené délky od vertikální osy přístroje, která je totožná s vertikální osou příchytného šroubu a geometrického konce měřené délky od vertikály totožné s olovní odrazného systému. Druhá část konstanty je součtem všech konstantních systematických chyb, způsobených různými druhy zpoždění signálů v elektrických obvodech přístroje a systematickou chybou měřeného časového intervalu nebo fázového rozdílu. Protože parametry elektrických obvodů se mohou časem měnit, je nutno adiční konstantu ověřovat v určitých časových intervalech.

Adiční konstanta se zavádí přímo do výpočtu délky v přístroji, takže na displeji dálkoměru a v jeho paměti se objeví výsledná délka.

Opravy úměrné velikosti délky s jsou způsobeny převážně nepřesnou znalostí modulační frekvence. U současných typů dálkoměrů malého dosahu není třeba tuto opravu zavádět, protože stabilita modulační frekvence je relativně vysoká a její eventuální změny bývají ve výsledné délce automaticky opravovány.

Přístrojové opravy jsou závislé na druhu dálkoměru a jeho stáří. Pro přesné měření délek je nutné přístroje pravidelně kalibrovat na vhodných srovnávacích základnách. Doporučuje se určovat adiční konstantu alespoň dvakrát ročně. Metodika a technologie kalibrace dálkoměrů je uváděna v příslušných předpisech a návodech.

5. Nepřímé (trigonometrické) určování délek.

K nepřímému určení délek patří takové metody, které umožňují odvodit délky z geometrických obrazců, definovaných jinými měřeními nebo známými veličinami. Obrazce tvoří zpravidla trojúhelníky, čtyřúhelníky a mnohoúhelníky. Tento způsob určení délek je vhodné použít v případech, kdy jeden nebo oba koncové body jsou nepřístupné, nebo není – li zajištěna přímá viditelnost mezi koncovými body apod.

5.1 Určení délky z polohového bodového pole.

Výpočet délek ze souřadnic bodů je v současné době jednou z hlavních metod nepřímého určení délek. Její výhodou je zejména skutečnost, že koncové body délky mohou být zvoleny nezávisle na jejich poloze, vzdálenosti, volné záměře mezi nimi, překážkách apod. Pokud jsou koncové body dány nebo určeny v souřadnicových systémech JTSK, 42-83, ETRS 89, nebo v místních souřadnicových systémech, je jejich délka dána rovnicemi:

$$s = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{0,5} \quad (5.1)$$

$$s' = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{0,5}, \quad (5.2)$$

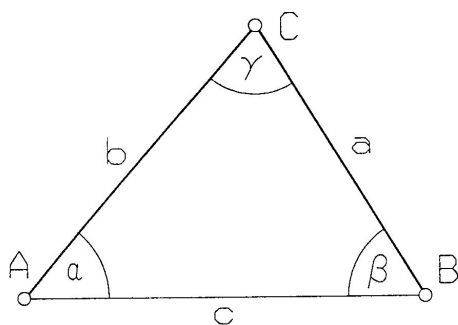
kde značí s délku v rovinném zobrazení, s' šikmou délku vypočtenou z prostorových souřadnic a $x_i, x_j, y_i, y_j, z_i, z_j$ souřadnice bodů P_i, P_j .

5.2 Určení délky v trojúhelníku.

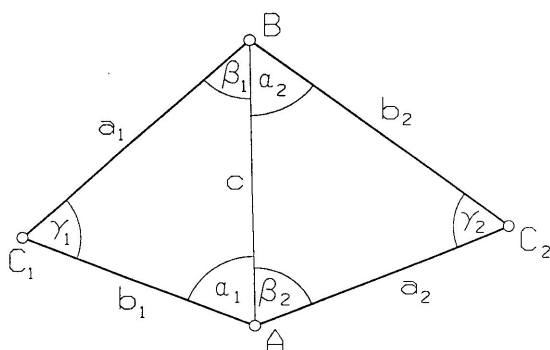
Trojúhelník je určen třemi veličinami. Určovaná délka c se zpravidla vypočítá z trojúhelníku, ve kterém známe jednu délku a dva úhly, nebo dvě délky a jeden úhel.

- Pokud jsou v trojúhelníku měřeny dva úhly a jedna délka, nebo je tato délka odvozena ze souřadnic dvou známých bodů, vypočte se délka c sinovou větou. K výpočtu můžeme použít tři typů rovnic:

$$c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}, \quad \text{známe – li } a, \alpha, \gamma, \quad (5.3)$$



Obr.5.1. Výpočet délky z trojúhelníku.



Obr.5.2. Kontrolní výpočet délky ze dvou trojúhelníků.

$$c = a \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}, \text{ známe – li } \mathbf{a, \alpha, \beta}, \quad (5.4)$$

$$c = a \frac{\sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)}, \text{ jsou – li známy } \mathbf{a, \beta, \gamma}. \quad (5.5)$$

- Jsou – li v trojúhelníku měřeny jeden úhel a dvě délky, (nebo je jedna délka měřena a druhá odvozena z rovinných souřadnic), vznikají dva základní typy rovnic ve tvaru:

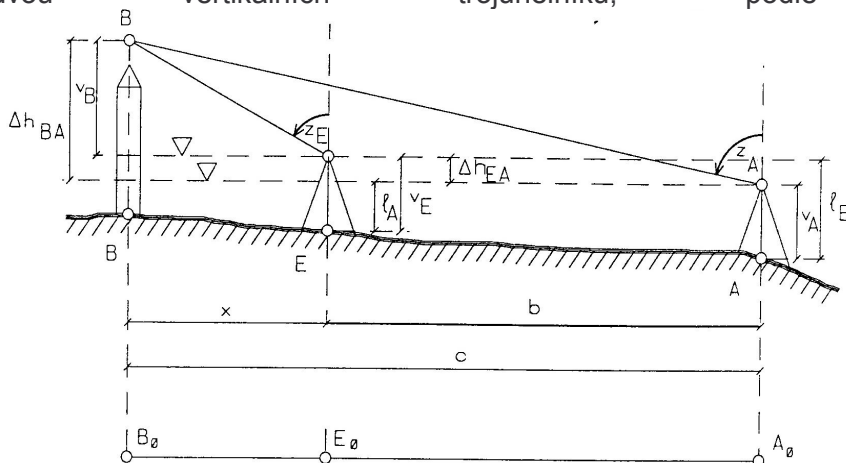
$$c = b \cos \alpha + (a^2 - b^2 \sin^2 \alpha)^{0,5} \quad \text{pro známé } \mathbf{a, b, \alpha} \quad (5.6)$$

$$c = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma)^{0,5} \quad \text{pro známé } \mathbf{a, b, \gamma} \quad (5.7)$$

Vzorce ve všech rovnicích vycházejí z nutného počtu měřených veličin ($v=3$). K objektivní kontrole správnosti vypočtené délky c je třeba změřit alespoň jednu nadbytečnou veličinu (úhel, nebo délku). V praxi se často používá ke kontrole délky c další trojúhelník, takže výsledná délka c je dána aritmetickým průměrem obou vypočtených délek c_1, c_2 .

5.3 Určení délky zenitovými úhly.

Jedná se spíše o nouzovou metodu určení délky c , zpravidla ve starších městských zástavbách, kdy je třeba připojit polygonový pořad na nepřístupný bod, přičemž hustá zástavba neumožňuje použít některou z předcházejících metod nepřímého určení délky pomocí trojúhelníků. V takovém případě je možno vytýčit z přístupného koncového bodu A vhodný bod E , ležící v profilu měřené délky c . Mezi body A a E se změří pomocná vodorovná délka b a na obou bodech se zaměří zenitové úhly z_A a z_E . Dále je třeba zaměřit převýšení Δh_{EA} ($h_E - h_A$) trigonometrickou nebo nivelační metodou. Výpočet vychází ze dvou vertikálních trojúhelníků, podle nichž platí



Obr.5.3. Určení délky pomocí zenitových úhlů.

$$v_B = x \cot z_E, \quad (5.8)$$

$$v_B + \Delta h_{EA} = (b + x) \cot gz_A, \quad (5.9)$$

kde x značí vodorovnou vzdálenost mezi body B,E.

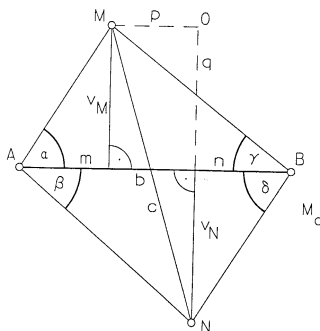
Z rovnic se eliminuje výška v_B a po úpravě bude

$$x = \frac{b \cot gz_A - \Delta h_{EA}}{\cot gz_E - \cot gz_A}. \quad (5.10)$$

Spolehlivou kontrolou vypočtené délky $c = b + x$ je vytýčení dalšího pomocného bodu F, včetně zaměření zenitového úhlu a převýšení Δh_{FA} na tomto bodě. Výslednou délku tvoří aritmetický průměr obou vypočtených délek.

5.4 Určení délky ze čtyřúhelníků.

Rovinný čtyřúhelník je vhodný k nepřímému určení délky c s nepřístupnými koncovými body M,N ze známé základny $b = AB$, nebo délky c z nepřístupných koncových bodů A,B známé základny $b = AB$. Druhý typ úlohy se v současné době užívá výjimečně, protože je použitelný jen v případech, kdy není k dispozici dálkoměr, ale pouze teodolit.



obr.5.4.Určení délky mezi nepřístupnými body.

1. Ve čtyřúhelníku s měřenou vodorovnou základnou b a s vodorovnými úhly $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ vypočtenými z osnov směrů ψ_{Aj}, ψ_{Bi} , měřených na bodech A,B se určí délka c z postupného výpočtu délek kolmic v_M, v_N a úseků m, n na základně b . V trojúhelnících A,B,M a A,B,N platí dvě dvojice rovnic:

$$M = v_M \cotg \alpha, \quad b - n = v_N \cotg \beta$$

$$B - m = v_M \cotg \gamma, \quad n = v_N \cotg \delta$$

Sečtením se vyloučí úseky m, n a po úpravě se vypočtou délky kolmic.

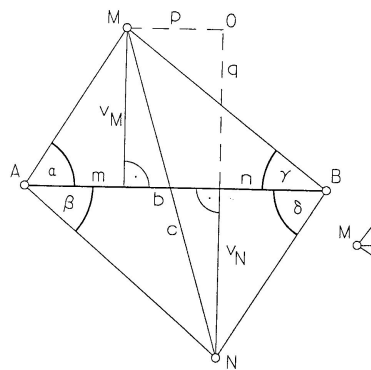
$$v_M = \frac{b}{\cot g\alpha - \cot g\gamma}, \quad v_N = \frac{b}{\cot g\beta - \cot g\delta}. \quad (5.11)$$

Je-li $OM = p$, $ON = q$, bude délka c dána výrazem:

$$C = (p^2 + q^2)^{0,5}, \quad (5.12)$$

kde $p = b - m - n = v_M \cot g \gamma + v_N \cot g \beta - b$,

$$q = v_M + v_N$$



Obr.5.5. Určení délky z nepřístupné základny.

2. Ve čtyřúhelníku s danou základnou $b = A,B$, která bývá zpravidla vypočtena ze souřadnic daných bodů A,B a vodorovnými úhly $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, získanými z osnov měřených směrů ψ_{Mi} , ψ_{Nj} na koncových bodech M,N určované délky c , je možno postupovat stejně jako v předcházejícím případě. Hlavní rozdíl spočívá v tom, že v rovnicích ... Se dosazuje fiktivní hodnota určované délky, např. $c_0 = 1m$ (100 m, 1000 m), nebo jiná, odhadnutá hodnota délky. Pak systém rovnic bude ve tvaru :

$$v_{M0} = \frac{c_0}{\cot g\alpha + \cot g\gamma}, \quad v_{N0} = \frac{c_0}{\cot g\beta + \cot g\delta}, \quad (5.13)$$

$$m_0 = v_{M0} \cot g \alpha, \quad n_0 = v_{N0} \cot g \delta,$$

$$p_0 = c_0 - m_0 - n_0 = v_{M0} \cot g \gamma + v_{N0} \cot g \beta - c_0,$$

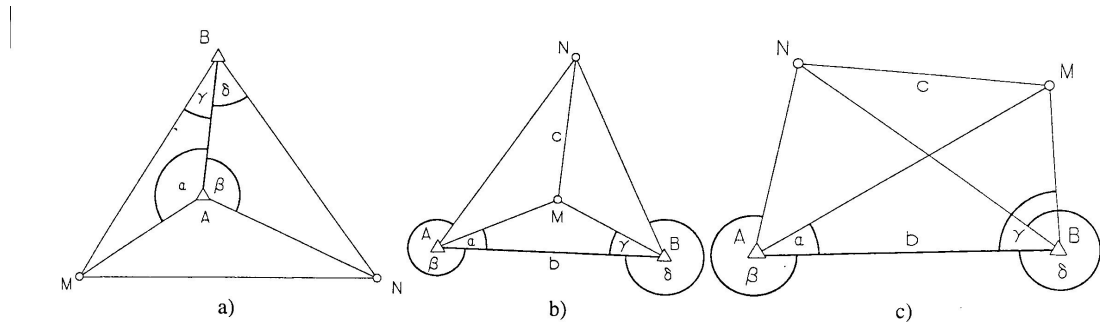
$$q_0 = v_{M0} + v_{N0},$$

$$b_0 = (p_0 + q_0)^{0,5}.$$

Čtyřúhelník s úhlopříčkami c_0, b_0 je podobný původnímu obrazci. Výslednou délku c lze vypočítat z úměry:

$$c = c_0 \frac{b}{b_0} \quad (5.14)$$

Rovnice pro výpočet délky c byly odvozeny pro čtyřúhelník na obr....., ve kterém tvoří daná a vypočtená délka jeho úhlopříčky. Prakticky se mohou vyskytnout ještě další tři typy určujících čtyřúhelníků, znázorněných na obr..... Aby odvozené rovnice platily i pro tyto obrazce, musí být zachován smysl úhlů $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, vypočtených z měřených osnov.



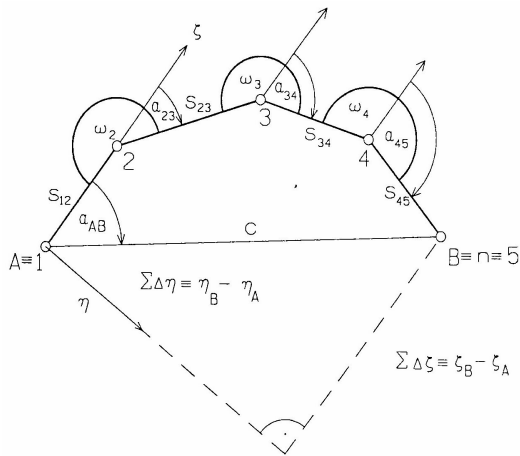
Obr. 5.6. Různé typy čtyřúhelníků k nepřímému určení délky.

Z hlediska přesnosti jsou k nepřímému určení délky c vhodnější obrazce na obr 5.4. a obr 5.6a. Přesnost délek určených v obr.5.6b,c. je o něco nižší. Zejména v případě znázorněném na obr.5.6b. může chyba vypočtené délky dosáhnout nepřijatelné velikosti, pokud se bod M (N) blíží základně b . Leží – li bod M (N) přímo na základně AB, není možné délku c určit, protože úloha má nekonečně mnoho řešení.

5.5 Určení délky polygonovým pořadem.

Polygonový pořad je vhodný k nepřímému určení délky v nepřehledném, zalesněném území, v místech kde nelze zaměřit koncové body délky pomocí družic. K dosažení vysoké přesnosti vypočtené délky se projektuje pořad s minimálním počtem polygonových stran. Na každém polygonovém bodě $i = 2, 3, \dots, n-1$ se teodolitem měří osnovy dvou směrů $\psi_{i,i-1}$ $\psi_{i,i+1}$ a z nich se vypočtou vrcholové úhly ω_i . Změří se všechny délky polygonových stran $s_{i,i+1}$, kde $i = 1, 2, \dots, n-1$.

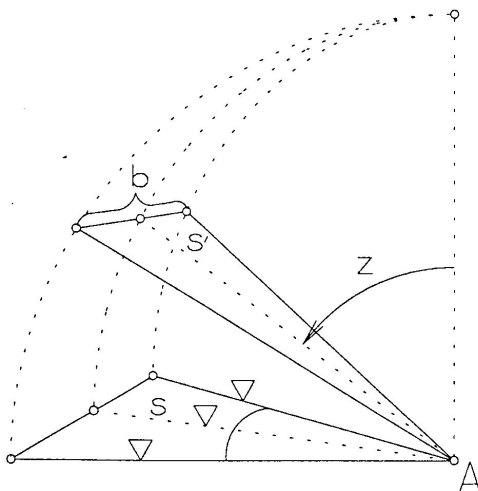
K určení délky c je třeba vypočítat souřadnice polygonových bodů v pomocné souřadnicové soustavě ξ, η , jejíž počátek se volí buď ve výchozím bodě $A \equiv 1$, nebo tak, aby souřadnice polygonových bodů byly kladné. Pomocný souřadnicový systém se obvykle orientuje podle první polygonové strany.



Obr.5.7. Nepřímé určení délky polygonovým pořadem.

6. Paralaktické určování délek.

Tato nepřímá metoda určování délek je založena na měření vodorovného dálkoměrného (paralaktického) úhlu δ na koncové terče vodorovné lať o konstantní délce b . Dálkoměrný úhel je úhel dvou svislých rovin, procházejících počátečním bodem A měřené délky a krajními body základny. Lať musí být v kolmé poloze k měřené délce s . Základnová lať o délce 2 m, se upevňuje do trojnožky na stativu a urovnává se do vodorovné polohy pomocí krabicové libely a do kolmému směru k délce pomocí zaměřovacího kolimátoru.



Obr. 6.1. Dálkoměrný úhel

Lať se zpravidla skládá ze dvou dutých ochranných trubic, které se spojují tzv. "bajonetovým uzávěrem". Délka základny je přesně dva metry, je definovaná středy terčů ve tvaru rovnostranných trojúhelníků opatřených středovými ryskami. Záměrné terče jsou připevněny na pružinou napínaném invarovém drátu nebo tyči, procházející středem ochranné trubice. Invarový drát podstatně snižuje závislost délky základny na teplotě. Ve střední části lať je umístěn terč, který slouží k měření vodorovného směru na koncový bod měřené délky.

Paralaktický úhel δ se měří zpravidla vteřinovým teodolitem.

7. Optické metody měření délek.

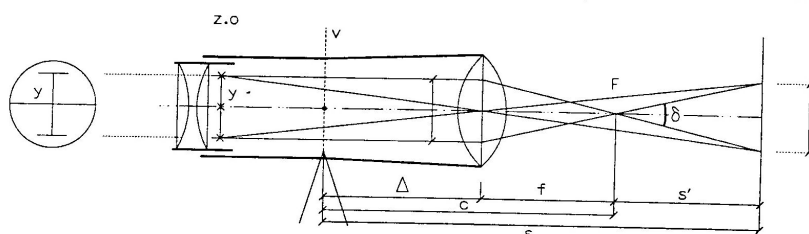
Optické dálkoměry jsou přístroje, které slouží k nepřímému určování vzdáleností. Pracují na principu podobnosti trojúhelníků v předmětovém a obrazovém prostoru dalekohledu.

Pro geodetické účely jsou známy dálkoměry :

- Nitkové
- Diagramové
- Dvojobrazové.

7.1. Nitkové dálkoměry.

Nitkové dálkoměry patří mezi dálkoměry s konstantním paralaktickým úhlem δ a proměnnou délkou základny. Nitkovým dálkoměrem jsou vybaveny všechny teodolity a většina nivelačních přístrojů. Se zavedením světelných dálkoměrů postupně ztrácely na významu. V dnešní době se užívají jen výjimečně. K měření délek je záměrný obrazec opatřen dvěma vodorovnými dálkoměrnými ryskami, umístěnými symetricky od střední vodorovné rysky o hodnotu $y/2$. Dalekohledem se cílí na svisle postavenou lať s centimetrovým dělením. Dálkoměrné rysky vymezí na lati úsek l . Vzdáleností y dálkoměrných rysek na záměrném obrazci je dán konstantní dálkoměrný úhel δ . Z podobnosti trojúhelníků se společným vrcholem v ohnisku objektivu F lze odvodit určovanou délku s' .



Obr. 7.1. Princip nitkového dálkoměru.

$$s' = \frac{f}{y} \cdot l, \quad (7.1)$$

kde f je ohnisková vzdálenost objektivu, y vzdálenost mezi dálkoměrnými ryskami. Poměr $\frac{f}{y} \equiv k$ je tzv. **násobná** (multiplikační) konstanta k , která má obvykle hodnotu 100.

Odpovídající dálkoměrný úhel δ je dán výrazem $\delta = 2 \operatorname{arc} \cot g \frac{2f}{y}$. Vzdálenost dálkoměrných rysek vyjadřuje vztah $y = \frac{f}{100}$. Protože délka s' je určena k ohnisku F , bude výsledná délka s , vztahující se ke klopné ose dalekohledu dána rovnicí

$$s = kl + c, \quad (7.2)$$

kde c je tzv. **součtová** konstanta.

Obecně není laťový úsek l kolmý k záměrné přímce. Výpočet vodorovné délky s lze postupně odvodit pomocí úseku l' .

$$l' = l \sin z. \quad (7.3)$$

Pak šikmá délka s' se vypočte ze vztahu:

$$s' = kl \sin z, \quad (7.4)$$

a vodorovná délka je

$$s = kl \sin^2 z. \quad (7.5)$$

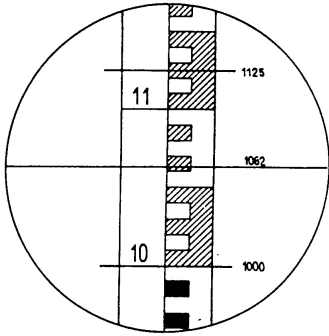
Současně lze vypočítat převýšení mezi klopnou osou dalekohledu a středem úseku l na lati

$$\Delta h = s \cot g z \equiv \frac{1}{2} kl \cdot \sin 2z. \quad (7.6)$$

Převýšení bodů B a A je dáno výrazem:

$$\Delta h_{AB} = h_A - h_B = \frac{1}{2} kl \sin 2z + v_t - v_c. \quad (7.7)$$

Při čtení laťového úseku se zpravidla postupuje tak, že dolní dálkoměrná ryska se nastaví na lati na celý metr a pak se postupně čtou střední a horní ryska, což umožňuje snadný výpočet úseku l a kontrolu správného čtení. Čtení polohy střední rysky má tedy kontrolní účel a zároveň udává výšku cíle v_c při výpočtu převýšení.



Obr.7.2 Čtení laťového úseku.

7.2 Diagramové dálkoměry.

U nitkových dálkoměrů je nutné vypočítat z úseku l a zenitového úhlu z vodorovnou délku s a převýšení Δh . Při tachymetrii, kdy se zaměřuje velký počet bodů, je měření i výpočet zdlouhavý. Proto byly ve dvacátých a třicátých letech 20. století zkonstruovány dálkoměry, které umožnily pomocí proměnné vzdálenosti rysek záměrného obrazce přečíst přímo na lati vodorovnou délku a převýšení. Diagramové dálkoměry patří do skupiny optických dálkoměrů, které mají v závislosti na zenitovém úhlu z proměnlivý paralaktický úhel δ . Záměrný obrazec tvoří diagramy, kde dvě dvojice křivek pro s a Δh mění svou odlehlost v závislosti na zenitovém úhlu.

Vztahy pro konstrukci diagramů navrhnul norský inženýr Dahlta, který v rovnici 7.5 položil

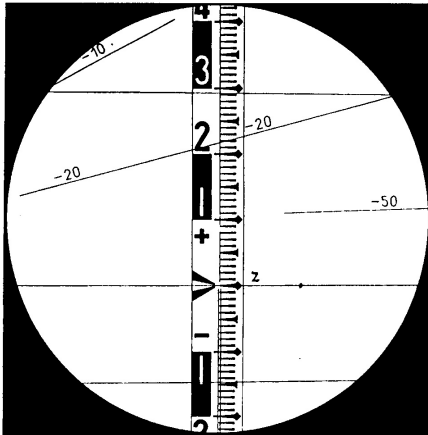
$$\frac{f}{y} \cdot \sin^2 z = K_s = 100, \quad (7.8)$$

a

$$\frac{f}{y} \cdot \frac{1}{2} \sin 2z = K_h = 10,20,50. \quad (7.9)$$

Proměnlivý rozestup rysek y_s a y_h se vypočítá z rovnic (7.8) a (7.9)

$$y_s = \frac{f}{K_s} \sin^2 z, \quad y_h = \frac{f}{2K_h} \cdot \sin 2z. \quad (7.10)$$



Obr.7.3. Čtení laťového úseku.

Konstantní rysky záměrného obrazce nitkového dálkoměru jsou nahrazeny dvojicemi křivek, které na speciální tachymetrické lať omezují úseky I_s pro s při $K_s = 100$ a dalšími dvojicemi křivek, které vymezují na lať úseky I_h při $K_h = 10, 20, 50$.

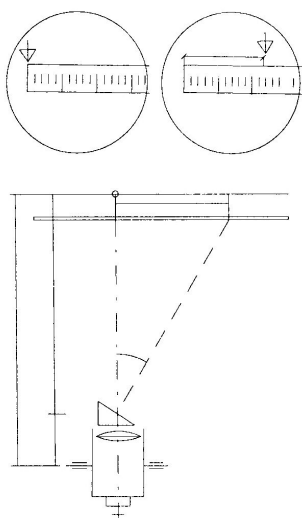
Stejně jako nitkové dálkoměry, byly i diagramové dálkoměry postupně vytlačeny dálkoměry světelnými. V současné době se užívají jen vyjímečně.

7.3 Dvojobrazové dálkoměry.

Tyto dálkoměry patří do skupiny dálkoměrů s konstantním úhlem δ a proměnnou základnou b . Dvojobrazové dálkoměry se začaly vyrábět v období mezi světovými válkami. Dělí se na dálkoměry s vodorovnou laťí a na dálkoměry s vestavěnou základnou.

7.3.1 Dvojobrazové dálkoměry s vodorovnou laťí.

Optickou úpravou se vytváří dva obrazy laťe posunuté o úhel δ . Toho se dosáhne pomocí optického klínku, umístěného např. před dolní polovinou objektivu.



obr.7.4 Princip dvojobrazového dálkoměru s vodorovnou latí.

Ke zvýšení přesnosti, která je charakterizována střední chybou 2,5 cm na vzdálenost 100 m se používá vodorovná lat' s dílkou 1cm nebo 2 cm a s jedním, nebo dvěma vernieri. Po zacílení dalekohledu na lat' se optické rozhraní obou obrazů nastaví na rozhraní stupnice a vernieru. Pomocí vernieru jednoho obrazu se čte úsek I na druhém obrazu latě. Měřená šikmá délka s'_c je dána vztahem

$$s'_c = l \cdot \cot g\delta \equiv kl$$

Protože konstanta $k = 100$, je $s'_c = 100 \cdot l$. Výsledná šikmá délka se vypočítá ze vztahu

$$s' = s'_c + c_1 + c_2$$

protože délka s'_c se vztahuje k dálkoměrnému klínu, který je posunut od klopné osy dalekohledu a ke stupnici latě, která neleží přesně nad koncovým bodem délky. Konstanty c_1 a c_2 jsou dány konstrukcí přístroje. K určení vodorovné délky s a převýšení h se měří také zenitový úhel z .

Později byly zkonstruovány dvojobrazové autoredukční dálkoměry, které patří do skupiny dálkoměrů s proměnným paralaktickým úhlem. U těchto dálkoměrů se čte na lati přímo vodorovná délka i převýšení. Mezi nejznámější patří např. dálkoměr Zeiss Redta 002. U tohoto dálkoměru se redukce délky dosahuje dvojití optických klínů, které se protisměrně otáčejí kolem osy dalekohledu v závislosti na zenitovém úhlu z .

7.3.2. Dálkoměry s vestavěnou základnou.

U těchto typů dálkoměrů je základna zabudovaná v přístroji. Před dolní polovinou objektivu je předsazen pentagonální hranol pohybující se po pravítku základny, který odklání paprsek o $3R$. Před horní polovinou je předsazen pevný pentagonální hranol, který odklání paprsek o $3R - \delta$. Zacílením na pozorovaný bod vzniknou dva vzájemně posunuté obrazy .

Pohybem pentagonálního hranolu po základně dojde ke koincidenci obrazu. Šikmá délka s' se určí z rovnice:

$$s' = l \cdot \cot g\delta = k \cdot l .$$

Konstanta $k=200$, Tedy $s'=200 \cdot l$. Úsek l se čte přímo na pravítku základny. Tyto typy přístrojů umožňují pomocí optické soustavy určit vodorovnou délku. Délka základny je 30 cm, je tedy možno měřit délky do 60 m a se speciálními terči až do 180 m. Přesnost měřené délky do 60 m je asi 6 – 8 cm.

7.4. Využití optických dálkoměrů

Optické dálkoměry byly užívány zhruba do osmdesátých let minulého století. Postupně byly nahrazovány elektronickými dálkoměry. V současné době již patří do geodetické historie. Přesto je vhodné aby je budoucí inženýři geodeti znali, protože se s jejich výsledky mohou setkat v technické dokumentaci.