

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
Hornicko-geologická fakulta
Institut geodézie a důlního měřictví

Prof. Ing. Jan Schenk, CSc.

Knotheho rozdělení plné účinné plochy

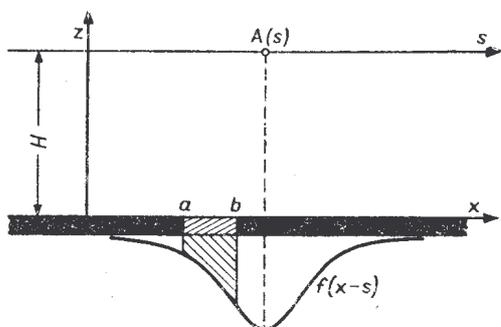
2004

1 Předpoklady

Teorii pohybů horninového masívu vlivem podzemního dobývání založené na normálním (gausovském) rozdělení vlivů vybrané objemové jednotky sloje publikoval Stanislav Knothe v letech 1951 a 1953. Tato teorie byla rozšířena W. Budrykem v roce 1953 na vodorovné pohyby.

Tato teorie splňuje podmínku jednoznačnosti, možnosti řešení z počátečních podmínek a kladného řešení. Je založena na úměrnosti a superpozici, a tedy na lineárním průběhu pohybu, podobně jako jiné teorie založené na plně účinné ploše. Kromě těchto podmínek byly přijaty ještě tyto předpoklady:

- Normální rozložení vlivů.
- Přímá úměra mezi vodorovnými posuny a první derivací křivky poklesů (nakloněním).
- Předpoklad nestlačitelnosti horninového masívu.



Obr. č. 1 : Křivka vlivu $f(x-s)$

Dále se zavádí pravoúhlý systém souřadnic x, y, z , přičemž rovina x, y v případě vodorovného uložení sloje leží v jejím stropě a osa z směřuje vzhůru. Na zkoumaném horizontu, tj. na povrchu, který se předpokládá vodorovný, zavádí se pomocný souřadnicový systém s, t což jsou svislé průměty os x, y na povrch. Složky pohybů rovnoběžné s osami x, y se označují jako u, v a svislý pohyb w .

Přijatý model pohybu horninového masívu je ohraničen pouze na ploché uložení slojí, tj. do úklonu 20° až 25° .

1.1 Předpoklad normálního rozdělení vlivů

Zásadním předpokladem této metody je přijetí normálního rozdělení vlivů dobývání projevujícím se svislým pohybem horninového masívu. Tento předpoklad byl zvolen S. Knotem na základě výsledků analýz většího množství poklesových kotlin vytvořených na povrchu polskými doly.

V případě rovinné úlohy uvažuje se proto rovnice křivky vlivu, která odpovídá libovolnému bodu povrchu A (obr. 9) jako

$$f(x, s) = w_{\max} \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(x-s)^2} \quad (1)$$

Když bod A leží v počátku souřadnicového systému tedy $s = 0$, potom rovnice křivky má tvar

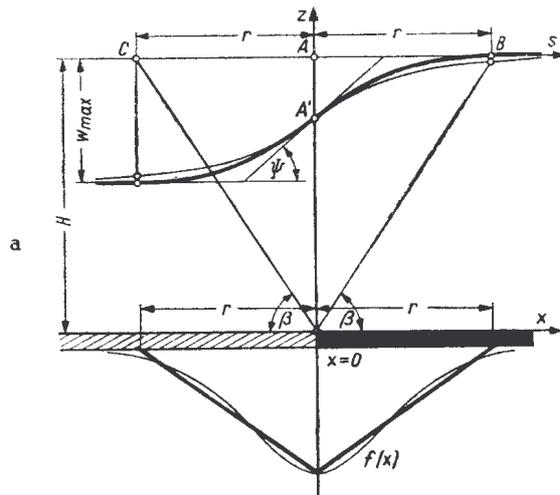
$$f(x) = w_{\max} \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2} \quad (2)$$

kde w_{max} je maximální konečný pokles (v metrech), tedy pokles po vydobytí plné účinné plochy a uklidnění povrchu.

V případě normálního rozdělení vlivů je území ve kterém se projeví vlivy dobývání nekonečně velké, a proto pro rovinné pohyby musí platit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, s) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = w_{max} \quad (3)$$

Křivka vlivů podle vzorců (1) a (2) splňuje podmínku (3).



Obr. č. 2: Parametry rozsahu vlivů r a β

V rovnicích křivky vlivů (1) a (2) je h parametrem rozsahu vlivu. Tento parametr si můžeme představit pomocí veličiny r , která může být definována takto:

Jestliže nahradíme křivku vlivů $f(x)$ podle (2), která odpovídá bodu A ($s=0$)

ležícímu na hranici vlivů, tedy odpovídá maximálnímu poklesu w_{max} a výška se rovná maximální hodnotě křivky vlivů, tedy hodnotě v bodě $x=0$

$$f(0) = w_{max} \frac{h}{\sqrt{\pi}}$$

jak to ukazuje obr. 2. Označíme-li polovinu základny trojúhelníka r (v metrech), dostane se za předpokladu rovnosti plochy trojúhelníka a plochy pod křivkou vlivů

$$r \cdot w_{max} \cdot \frac{h}{\sqrt{\pi}} = w_{max}$$

vztah pro r a h

$$h = \frac{\sqrt{\pi}}{r} \quad (4)$$

Dosadíme-li rovnici (4) do rovnic (1) a (2) upravíme tyto rovnice takto:

$$f(x, s) = w_{max} \cdot \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi(x-s)^2}{r^2}} \quad (5)$$

$$f(x) = w_{max} \cdot \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} \quad (6)$$

Velikost r je parametrem rozsahu vlivu, který můžeme nazvat také *rozsahem hlavních vlivů*. Velikosti r odpovídá *mezný úhel hlavních vlivů*, který se pro povrch vyjádří

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{H}{r} \quad (7)$$

kde H je hloubka dobývání v metrech. Tento úhel může být vyjádřen vztahem

$$\operatorname{tg} \beta_z = \frac{z}{r_z} \quad (8)$$

pro úroveň nacházející se ve výšce z nad rovinou sloje, když r_z je rozsah hlavních vlivů na úrovni z .

V případě trojrozměrného pohybu (prostorové řešení) každému bodu povrchu, nebo také bodu horninového masívu, odpovídá plocha vlivů té vlastnosti, že dvojitý integrál funkce popisující plochu vlivů roztaženou na plochu porubu P je mírou velikosti konečného poklesu vlivem vydobytí této plochy po dostatečně dlouhé době.

Přijmeme-li normální rozdělení vlivů dobývání, plocha vlivů bude zvonovitou plochou vytvořenou otáčením okolo osy symetrie křivky vlivů dané rovnicí (5), která by odpovídala v rovinném řešení danému bodu, a jejíž hodnota by byla násobena koeficientem k .

Plocha vlivů odpovídající bodu povrchu $A(s, t)$ o souřadnicích $x = s, y = t, z = H$ se dá vyjádřit rovnicí

$$g(x, y, s, t) = k \cdot \frac{w_{\max}}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2}[(x-s)^2 + (y-t)^2]} \quad (9)$$

Konstantu k určuje podmínka, že celý objem tělesa ohraničeného plochou vlivů a rovinou xy musí být rovna maximálně možnému poklesu w_{\max}

$$\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int g(x, y, s, t) dx dy = w_{\max} \quad (10)$$

Z této podmínky s použitím vzorce (9) se dostane

$$k = \frac{1}{r}$$

Plocha vlivů odpovídající bodu $A(s, t)$ tedy je

$$g(x, y, s, t) = \frac{w_{\max}}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2}[(x-s)^2 + (y-t)^2]} \quad (11)$$

Je-li bod v počátku systému ($s = 0, t = 0$), potom odpovídající plocha vlivu má tvar

$$g(x, y) = \frac{w_{\max}}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2}[x^2 + y^2]} \quad (12)$$

1.2 Předpoklad úměrnosti vodorovných posunů s první derivací křivky poklesů

Při analýze teoretických a naměřených vodorovných pohybů v poklesové kotlině Avěřin (1947) zjistil, že velikost vodorovných pohybů je úměrné naklonění v poklesové kotlině, tedy první derivací křivky poklesů

$$u = -B \frac{dw}{dx} \quad (13)$$

K podobnému výsledku došel i Salustowicz, který analyzoval profil poklesové kotliny jako profil ohybu nosníku na pružném podloží. Rovnice (13) celkem dobře odpovídá skutečnosti a je obecně používána ve většině teorií.

1.3 Předpoklad nestlačitelnosti prostoru

Skutečné zvětšení objemu, neboli tzv. objemová dilatace prostoru $\frac{\Delta V}{V} = f$ je

$$f(x, y, z) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (14)$$

Ve zvláštním případě, když prostor se může považovat za nestlačitelný je

$$f(x, y, z) = 0 \quad (15)$$

Podmínka (15) není splněna bezprostředně nad poruby v oblasti závalu a puklin, naopak nad touto oblastí podmínka platí, když vyšší nadloží nad výrubu lze považovat jako nestlačitelný prostor.

Předpoklad (15) při rozboru pohybu povrchu nebudí výhrady a běžně se používá. Při rozboru pohybů uvnitř horninového masívu a vlivu dobývání na podzemní důlní díla, jako jsou jámy, je třeba pamatovat na omezení předpokladu nestlačitelnosti prostoru, což by mohlo vést k chybným výsledkům.

Předpokládáje nestlačitelnost prostoru nebo hypotézu podanou Averšinem o rozložení vodorovných pohybů uvnitř masívu, Budryk (1953) určil pro povrch hodnotu koeficientu B v rovnici (13)

$$B = \frac{r}{\sqrt{\pi}} = 0,564 r \quad (16)$$

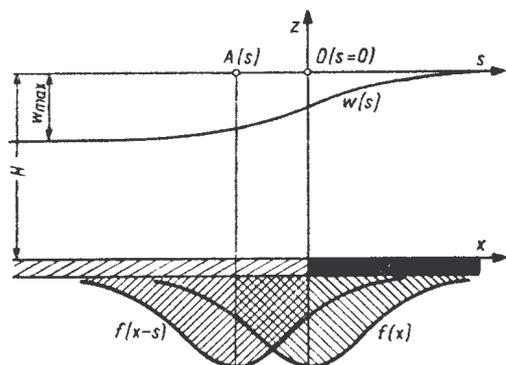
Tato hodnota je pro polské doly podle Budryka příliš velká. Na základě pozorování byla určena hodnotou

$$B = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} = 0,4 r \quad (17)$$

Určení hodnoty B Budrykem umožňuje vypočítat vodorovné posuny v poklesových kotlinách.

2 Profil vzniklé poklesové kotliny na povrchu

Pro určení profilu poklesové kotliny (po ukončení vlivů) v případě rovinného řešení bude popsán teoretický případ vykopání poloroviny sloje (obr. 11). Počátek souřadnic x, y bude ve stropě sloje na hranici výrubu, osa x směřuje kolmo na hranu výrubu, osa z svisle vzhůru. Za předpokladu vodorovného uložení sloje každému bodu povrchu o souřadnici s odpovídá křivka vlivů $f(x-s)$. Křivky vlivů všech bodů jsou stejné a posunuté o hodnotu s proti křivce vlivů $f(x)$, která odpovídá bodu O ($s = 0$) ležícímu nad hranici výrubu. Jak je patrné z obr. 3, jsou obě plochy vlivů stejné, tedy



Obr. č. 3: Profil svahu poklesové kotliny jako integrál křivky vlivů.

$$\int_{-\infty}^0 f(x-s) dx = \int_s^{+\infty} f(x) dx \quad (18)$$

a proto lze pokles libovolného bodu $A(s)$ vlivem vydobytí sloje v hranicích od $x = -\infty$ do $x = 0$

$$w(s) = \int_{-\infty}^0 f(x-s) dx \quad (19)$$

vyjádřit pomocí křivky vlivů $f(x)$, která odpovídá bodu $O(s=0)$ ležícímu nad hranicí výrubu

$$w(s) = \int_s^{+\infty} f(x) dx \quad (19a)$$

Když se ztotožní proměnná s se souřadnicí x a zavedeme nezávislou proměnnou integrování λ , dostane se *profil svahu poklesové kotliny*

$$w(x) = \int_x^{+\infty} f(\lambda) d\lambda \quad (20)$$

Když derivujeme rovnici (20) dostaneme

$$\frac{dw}{dx} = -f(x) \quad (21)$$

Z toho plyne, že křivka vlivů, která odpovídá bodu ležícímu nad hranicí dobývání je derivační křivkou profilu poklesové kotliny po uklidnění s opačným znaménkem. Tento závěr, který formuloval Knothe v roce 1950, je důležitý pro otázku vlivů dobývání; dovoluje totiž na základě poklesových kotlin zdokumentovaných nivelačními měřeními určit křivku vlivů pro každý terén, ve kterém se dobývá. Křivku vlivu je možné určit graficky, derivujíc profil svahu poklesové kotliny nebo určit analyticky.

Analýza řady poklesových kotlin v polských revírech potvrdila, že křivka vlivů je velmi podobná křivce normálního rozdělení dané rovnicemi (1), (2) nebo (5), (6).

Použijeme-li křivku vlivu podle (6), získáme rovnici profilu poklesovou kotlinou ve tvaru

$$w(s) = \frac{w_{\max}}{r} \int e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} dx \quad (22)$$

Ztotožní-li se souřadnice s se souřadnicí x a zavede se nezávislá integrační proměnná λ , může se rovnice profilu svahu poklesové kotliny napsat jako

$$w(x) = \frac{w_{\max}}{r} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{\pi \lambda^2}{r^2}} d\lambda \quad (23)$$

3 Pohyby a deformace ve vytvořené poklesové kotlině

3.1 Rovinné pohyby

Velikost svislých a vodorovných pohybů v profilu kolmém na hranu výrubu můžeme považovat za pohyb ve svislé rovině, který charakterizují vzorce (23), (13) a (17). Velikost deformací povrchu (naklonění, vodorovné přetvoření, poloměr zakřivení) se vyjádří příslušnými derivacemi křivky pohybů.

3.1.1 Rozložení pohybů a deformací na svahu poklesové kotliny

Svislý pohyb (pokles)

Uvažujeme-li teoreticky vydobytí sloje ve tvaru poloroviny (prakticky vydobyti v dostatečně velké velikosti) potom profil poklesové kotliny popisuje rovnice (23)

$$w(x) = \frac{w_{\max}}{r} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{\pi \lambda^2}{r^2}} d\lambda \quad [\text{m}] \quad (24)$$

Vodorovný pohyb (posun)

Zohledníme-li předpoklad (13) a hodnotu koeficientu B podle vzorce (17) dostane se při zohlednění (23) rovnice vodorovných posunů jako

$$u(x) = w_{\max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} \quad [\text{m}] \quad (25)$$

Naklonění na svahu

Naklonění svahu poklesové kotliny je první derivací křivky poklesů $\frac{dw}{dx}$ v rovnici (23)

$$T(x) = -w_{\max} \cdot \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} \left[\frac{m}{m} \right]$$

Zakřivení na svahu

Křivost profilu popisuje rovnice

$$K(x) = \frac{\frac{d^2 w}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

když zohledníme, že hodnota první derivace je $\frac{dw}{dx}$ (naklonění svahu) a je prakticky velmi malá, takže ji můžeme zanedbat a křivost vyjádřit dostatečně přesně jako

$$K(x) \approx \frac{d^2 x}{d x^2}$$

Průběh křivosti bude potom vyjadřovat rovnice

$$K(x) = w_{\max} \frac{2\pi}{r^3} x e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (26)$$

Poloměr zakřivení

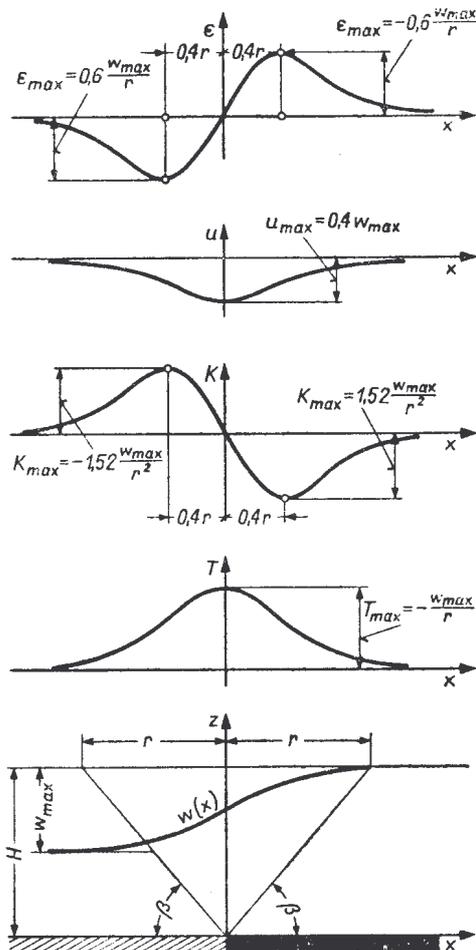
$$R(x) = \frac{1}{K(x)} = \frac{1}{w_{\max}} \frac{r^3}{2\pi} \frac{1}{x} e^{\frac{\pi x^2}{r^2}} \quad [\text{m}] \quad (27)$$

Vodorovné přetvoření

Vodorovné přetvoření $\varepsilon(x)$ je první derivací vodorovného posunu (25) $\frac{d u}{d x}$

$$\varepsilon(x) = -w_{\max} \sqrt{2\pi} \frac{x}{r^2} e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{m}} \right] \quad (28)$$

Průběh pohybů a deformací v profilu svahu poklesové kotliny popsané vzorci (24) až (28) je znázorněn na obr. 4.



Obr. č. 4: Průběh pohybů a deformací na svahu poklesové kotliny v případě gaussovského rozložení vlivů

Na tomto obrázku je inflexní bod profilu svahu poklesové kotliny nad hranicí výrubu, do které byl vložen počátek souřadnic $x = 0$. Ve skutečnosti se inflexní bod profilu spolu s profilem posouvá od hranice výrubu o hodnotu p nad vydobytou část sloje. Chceme-li vzít zřetel na toto posunutí stačí místo proměnné x ve vzorcích (24) až (28) použít $(x - p)$ nebo posunout počátek souřadnic od hranice výrubu o hodnotu p směrem nad vyrubanou sloj. Správné určení průběhu pohybů a deformací vzhledem k hranici výrubu má velký význam především v takových úlohách, jako je stanovení ochranných pilířů povrchových objektů.

4 Maximální hodnoty pohybů a deformací

V případě dobývání pod chráněnými objekty (dobývání ochranných pilířů) rozhodují o velikosti škod především maximální hodnoty deformací, které vznikají v době dobývání pod těmito objekty. V případě, když se pod objektem pohybuje porubní fronta, posunuje se rovněž dynamický svah poklesové kotliny a s ním související průběh pohybů a deformací, takže v této době je objekt vystaven maximálním hodnotám deformací (naklonění, zakřivení atd.). Hodnoty maximálních deformací jsou směrodatné pro určení stupně ohrožení, nutnosti preventivního zabezpečení objektu atp., naopak stanovení doby, ve které k těmto maximálním deformacím dojde hraje menší roli.

Rovnice uvedené dříve dovolují umožňují stanovit maximální pohyby a deformace v poklesové kotlině a místa jejich výskytu, přičemž se za počátek souřadnicového systému považuje inflexní bod svahu poklesové kotliny.

Maximální pokles w_{max}

Maximální pokles se vyskytuje ve vzdálenosti $x = -\infty$ od inflexního bodu profilu. Prakticky lze uvažovat, že maximální pokles nastává již ve vzdálenosti

$$x = -r \quad [\text{m}] \quad (29)$$

od inflexního bodu, neboť jak vyplývá ze vzorce (23) pokles činí $w(-r) = 0,994 w_{max}$, a tedy je téměř maximální.

Maximální vodorovný posun u_{max}

Maximální vodorovný posun vzniká, jak vyplývá z vzorce (26), v inflexním bodě profilu

$$x = 0 \quad (30)$$

a činí

$$u_{max} = w_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = 0,4 w_{max} \quad [\text{m}] \quad (31)$$

Maximální naklonění T_{max}

Maximální naklonění svahu, jak vyplývá ze vzorce (27), nastává v inflexním bodě profilu

$$x = 0 \quad (32)$$

a je

$$T_{max} = -w_{max} \cdot \frac{1}{r} \left[\frac{m}{m} \right] \quad (33)$$

Maximální zakřivení K_{max}

Maximální zakřivení vzniká ve vzdálenosti

$$x = \pm \frac{r}{\sqrt{2\pi}} = \pm 0,4 r \quad [\text{m}] \quad (34)$$

od inflexního bodu a dělá

$$K_{max} = \pm \sqrt{\frac{2\pi}{e}} \cdot \frac{w_{max}}{r^2} = \pm 1,52 \frac{w_{max}}{r^2} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (35)$$

při čemž horní znaménko se vztahuje k maximálnímu zakřivení ve vypuklé části svahu kotliny (mimo výrub) a dolní k části vyduté (nad výrubem).

Minimální poloměr zakřivení R_{min}

Minimální poloměr zakřivení vzniká podle (34) v místě maximálního zakřivení ve vzdálenosti $x = \pm 0,4r$ od inflexního bodu a má hodnotu

$$R_{min} = \pm \sqrt{\frac{e}{2\pi}} \cdot \frac{r^2}{w_{max}} = \pm 0,66 \frac{r^2}{w_{max}} \quad [\text{m}] \quad (36)$$

Maximální vodorovné přetvoření ε_{max}

Maximální vodorovné přetvoření nastává jak vyplývá ze vzorce (34) ve vzdálenosti $x = \pm 0,4r$ od inflexního bodu svahu kotliny (podobně jako maximální křivost a minimální poloměr zakřivení) a má velikost

$$\varepsilon_{max} = \pm w_{max} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-1,5} = \pm 0,6 \frac{w_{max}}{r} \left[\frac{m}{m} \right] \quad (37)$$

Když zohledníme (28) dostaneme závislost mezi maximálním nakloněním a maximálním vodorovným přetvořením ve tvaru

$$\varepsilon_{max} = \pm 0,6 \cdot T_{max} \left[\frac{m}{m} \right] \quad (38)$$

Jestliže porubní fronta postupuje pod objektem zvolna, tak tvar dynamického svahu poklesové kotliny, který se vytváří nad postupující porubní frontou a který s ní postupuje, se příliš neliší od statického svahu a lze říci, že objekt bude vystaven maximálním deformacím popsaným ve vzorcích (33), (35) a (37). Kromě toho je třeba vždycky vzít v úvahu možnost, že se porubní fronta může na delší dobu zastavit, a tím se vytvoří plný tvar poklesové kotliny. Objekt se tehdy může nacházet právě v nejnevýhodnější poloze na svahu poklesové kotliny. Tato úvaha zdůvodňuje použití maximálních hodnot deformací i v případech, kdy porubní fronta postupuje rychleji.

5 Průběh posunů a deformací v případě malé šířky porubu

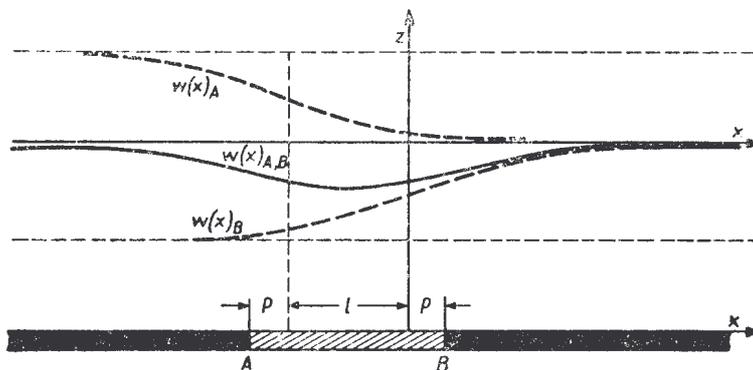
V případě malé šířky vyrubaného porubu, menší než $2r$, se nad porubem vytvoří neúplná kotlina. K vykreslení profilu takové kotliny v řezu kolmém na okraje výrubu (obr. 16) zohlední se vliv obou okrajů výrubu a , b tak že použijeme zásadu superpozice, při čemž je třeba pamatovat na eventuální posunutí vlivů těchto výrubů o hodnotu p . Podle zásady superpozice postupujeme podle následujícího schématu:

Předpokládá se vyrubání sloje dlouhou porubní frontou v hranicích od $x = -\infty$ do $x = b - p$ (když dojde k posunutí vlivů) vznikne na povrchu kotlina $w(x)_b$; následovně sloj bude „vtlačena“ zpět do hranic od $x = -\infty$ do $x = a + p$. To vyvolá na povrchu zdvih, jehož průběh představuje křivka $-w(x)_a$. Sečteme-li obě křivky dostaneme poklesovou kotlinu

$$w(x_{ab}) = w(x)_b - w(x)_a \quad (39)$$

která vznikne v důsledku vykopání sloje v hranicích a , b (v případě vykopání pasu sloje o šířce $l = b - a$). Podobným způsobem se určuje i velikost vodorovných posunů, naklonění, křivosti poloměrů zakřivení a vodorovných přetvoření. Tyto hodnoty mohou být určeny

graficky po vykreslení průběhu pohybů a deformací vypočtených podle daných rovnic pomocí tabelovaných pomocných hodnot v tabulkách.



Obr. č. 5: Vykreslení svahu kotliny při dané šířce vykopaného pasu sloje

6 Prostorový pohyb

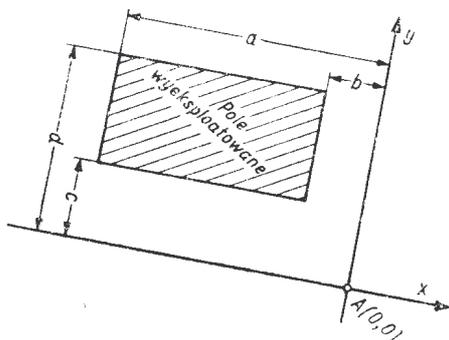
6.1 Poklesová kotlina

V případě trojrozměrného pohybu pokles jednotlivých bodů povrchu $A(s, t)$, se shodně s přijatým tvarem funkce (9) popisujícím plochu vlivů, bude popsán rovnicí

$$w(s, t) = \iint_P \frac{W_{\max}}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2}[(x-s)^2 + (y-t)^2]} dx dy \quad (40)$$

kde P je plocha, ve které byla slaj vydobytá.

Když určíme velikost poklesů sítě bodů, můžeme vykreslit izolinie poklesů v hranicích poklesové kotliny. Při použití počítačů výpočet poklesů dostatečně husté sítě bodů a vykreslení izolinií poklesů nepředstavuje větší problém.



Obr. č. 6: Způsob určení poklesu bodu A v případě pravoúhlého tvaru porubu.

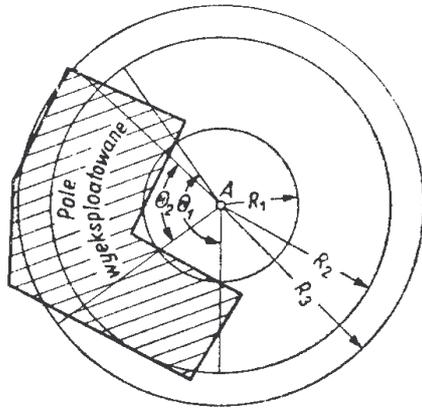
K určení poklesové kotliny bez použití PC můžeme postupovat následovně. Pokaždé počátek souřadnic bude v rovině sloje pod bodem $A(s=0, t=0)$, jehož pokles bude $w(s=0, t=0) = w$ a

rovnice (40) dostane tvar

$$w(s, t) = \iint_P \frac{W_{\max}}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2}[x^2 + y^2]} dx dy \quad (41)$$

Jestliže vykopaná část sloje má tvar obdélníka jak to ukazuje obr. 17, potom koncový pokles bodu A se rovná

$$w = \frac{w_{\max}}{r^2} \int_a^b \int_c^d e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2+y^2)} dx dy \quad (42)$$



Obr. č. 7: Způsob určení poklesu bodu A v případě libovolného tvaru porubu

V případě vykopání plochy o libovolném nepravidelném tvaru, můžeme poklesy bodů vypočítat přibližně tak že přejdeme na polární systém souřadnic. Platí-li $x^2 + y^2 = R^2$ a $dx dy = R dR d\Theta$ potom v souladu s rovnicí (42) dostaneme pokles bodu ležícího v počátku polárních souřadnic, který vyvolalo vykopání prstence sloje omezeného poloměry R_1 a R_2 ve

tvaru

$$w = w_{\max} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2} R^2} R dR d\Theta = w_{\max} \left(e^{-\frac{\pi}{R_1^2}} - e^{-\frac{\pi}{R_2^2}} \right) \quad (43)$$

Pokles bodu, který je v počátku systému A ($s=0, t=0$), lze určit podle vzorce (43) takto: Z bodu, který bude svislým průmětem bodu A ($0,0$) se nakreslí několik soustředných kružnic o poloměrech $R_1, R_2, R_3 \dots$ (obr.) a určí se poklesy w_1, w_2, \dots které vyvolá vykopání sloje ohraničené prstenci o poloměrech $R_1, R_2-R_1, R_3-R_2, \dots$ atd. Potom je třeba určit středovými úhly $\Theta_1, \Theta_2, \dots$ vykopanou část prstence. Potom pokles bodu A dostaneme příslušným součtem jednotlivých poklesů

$$w = \frac{\Theta_1}{2\pi} \cdot w_1 + \frac{\Theta_2}{2\pi} \cdot w_2 + \dots \quad (44)$$

Tento způsob je relativně nevýhodný, neboť vyžaduje určovat pokles každého bodu povrchu samostatně a nedovoluje analytické určení velikosti deformací. Při použití PC však tato metoda umožňuje řešit jak konečné hodnoty pohybů a přetvoření nepravidelných dobývaných ploch po jejich vydobytí, tak i dynamický průběh pohybů a deformací během jejich dobývání.

Literatura:

KNOTHE, S. *Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej*. Wydawnictwo „Slask“, 1984